

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

DESAFIOS NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA DA CATEDRAL DE FLORENÇA

**Orozimbo Marinho de Almeida
Elenice de Souza, Lodron Zuin
Lídia M. Luz Paixão R. Oliveira**

Fonte: Óleo sobre tela de autoria de Orozimbo Marinho de Almeida (2017)



Cúpula da Catedral de Florença – autor: Orozimbo Marinho de Almeida (2017)

Orozimbo Marinho de Almeida

Elenice de Souza Lodron Zuin

Lídia Maria Luz Paixão Ribeiro de Oliveira

DESAFIOS NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA DA CATEDRAL DE FLORENÇA

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Belo Horizonte
2018

APRESENTAÇÃO

Este guia se constitui no produto educacional fundamentado na dissertação, elaborada junto ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, intitulada *A caminho da Catedral de Santa Maria del Fiore – Brunelleschi, Arquitetura, Arte e Matemática*.

Temos como objetivo apresentar ao leitor a aplicação dos saberes matemáticos – entre eles a geometria – na Arquitetura, possivelmente utilizados na construção da Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (1420-1436), localizada em Florença, na Itália, a partir de uma compilação dos principais pontos da dissertação e, a seguir, elementos matemáticos supostamente empregados em sua edificação.

Nosso intuito é divulgar, nos apontamentos aqui referenciados, o processo da execução da cúpula através da utilização de conhecimentos básicos da Matemática para a formação inicial e continuada em Arquitetura, Engenharia Civil e áreas afins e, da mesma forma, para profissionais em serviço. Trazemos, igualmente, algumas informações sobre a catedral. Como tantos admiradores desta obra da arquitetura, defendemos que a história, a arte e a estética dessa suntuosa cúpula merecem ser conhecidas, admiradas e divulgadas.

Esse material pode também ser utilizado por professores de Matemática que almejam trabalhar de forma interdisciplinar, em uma perspectiva histórica.

Agradecimentos especiais aos professores Giuseppe Conti e Roberto Corazzi, da Faculdade de Arquitetura da Universidade de Florença, por todo o interesse e apoio na condução deste trabalho e pela cessão das imagens.

Os autores

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	6
2 – CENÁRIOS INAUGURAIS	
2.1 - Toma da Toscana: a estrada	8
2.2 - Florença – Poema de arte e cultura no espaço urbano	10
2.3 - A Catedral de Florença	15
2.4 - Presença de Brunelleschi da construção da cúpula	21
3 – A CÚPULA OCTOGONAL	
3.1 – Pelas mãos da Matemática	31
4 – PRINCÍPIOS GEOMÉTRICOS PRESENTES NA CÚPULA	
4.1 – Sequência de Fibonacci	45
4.2 – Razão Áurea	47
4.3 – Curva catenária	50
5 – PALAVRA FINAL	52
REFERÊNCIAS	53
ANEXO 1	
Mini Glossário Ilustrado	55
ANEXO 2	
Concordância entre curvas	60
ANEXO 3	
Bibliografia complementar	61
ANEXO 4	
Documento de autorização de imagens	63

A arte nasceu com o homem e deu a ele a consciência de sua capacidade criadora de interpretação e imaginação. Desde sempre, ele teve necessidade de representar os elementos que compunham o seu dia a dia e, ao fazê-lo, olhava o mundo ao seu redor, utilizando o material de que dispunha no momento de sua criação. As primeiras manifestações que chegaram até nós vêm do período Paleolítico (por volta de 40.000 anos).

... eram manifestações ligadas à vida e à natureza, é uma arte que, partindo da fidelidade linear à natureza, e na qual as formas individuais estão ainda exteriorizadas de forma rígida e laboriosa, se encaminha para uma técnica muito mais ágil e sugestiva, quase impressionista. É a arte dos caçadores primitivos que supunham encontrar-se na posse do próprio objeto desde que possuíssem a sua imagem.

(HAUSER, 1972, p.13).

DESAFIOS NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA DA CATEDRAL DE FLORENÇA

*Amo mais Florença que minha vida
ou a salvação de minha alma.
Maquiavel*

1 - INTRODUÇÃO

Arquitetura é obra construída. O processo de criação de uma obra deve passar pela elaboração de um projeto. Esse projeto envolve desenhos ou modelos, são necessários dados objetivos, medidas, escalas, introdução de figuras geométricas corretas e precisas. Nesta fase de elaboração de um projeto arquitetônico, conforme narra Souza (2008, p. 106), “que a geometria se revela uma indispensável ferramenta e uma inseparável aliada na determinação e construção dos volumes através de figuras geométricas”. Gregos e romanos, em suas construções utilizavam formas originárias da geometria, com base na proporção áurea, retângulo áureo e outras figuras geométricas. Estes padrões formais são retomados no Renascimento.

Souza assinala que:

A Arquitetura pode ser compreendida como o resultado construído, fruto da manipulação de sólidos geométricos, através da composição de volumes cheios e vazios, saliências e reentrâncias, num jogo de luz e sombra, com cuidados estéticos, preenchendo determinada finalidade e inserido num determinado ambiente urbano. (SOUZA, 2008, p.106).

Neste Guia, foram abordados, para melhor acompanhamento do trabalho, alguns pressupostos e bases conceituais indispensáveis para estabelecer uma relação entre – a Geometria, ciência do espaço e a Arquitetura – arte do espaço. A Geometria trabalha com formas geométricas. Em geral a palavra forma remete ao formato de um objeto, aparência interna ou externa, envolvendo parte ou o todo. Os elementos básicos da representação de formas são os três suportes primitivos da Geometria: ponto, reta e plano.

As formas são caracterizadas por propriedades próprias que buscam atingir, ou não, os padrões de beleza. A simetria, ritmo, movimento, harmonia, todos esses fatores contribuem para que a obra seja agradável de ser vista, que possua estética. A palavra *estética* vem do grego e seu significado é: *aquele que nota, que percebe*. É conhecida como a filosofia da arte ou o estudo do que é belo em manifestações artísticas e naturais.

A estética remete à beleza e provoca, dentro de cada indivíduo, uma sensação de leveza, harmonia, equilíbrio, proporção, simetria.

Existem também outros conceitos fundamentais envolvendo o mundo das formas e suas representações que são as *medidas*, *escalas* e *proporções*. Inicialmente as medidas eram baseadas no próprio corpo humano, entre elas, pé, palmo, polegada. A partir da Revolução Francesa (1789), foi instituída uma medida que não sofresse alterações, para ser adotada mundialmente, que foi o sistema métrico decimal, fundamentado na medida da quarta parte do meridiano terrestre que passa por Paris

Outros conceitos ligados à representação, que são indispensáveis na Arquitetura, são a *escala* e a *proporção*, intimamente relacionados. A escala é um sistema que permite confrontar as dimensões de um desenho com suas medidas reais e, a proporção, uma conceituação matemática, inicialmente atribuída a Pitágoras (585-500 a.C.). Foi definida por Leon Alberti (1404-1472) como: “a relação das partes de uma determinada composição entre si e das partes com o conjunto” (ALBERTI *apud* SOUZA, 2008, p.109). As *formas arquitetônicas* buscam a estética utilizando-se dos elementos geométricos.

Desafios encontrados na construção da Cúpula da catedral Santa Maria del Fiore, de Florença, configuram o objeto do trabalho que será exposto.

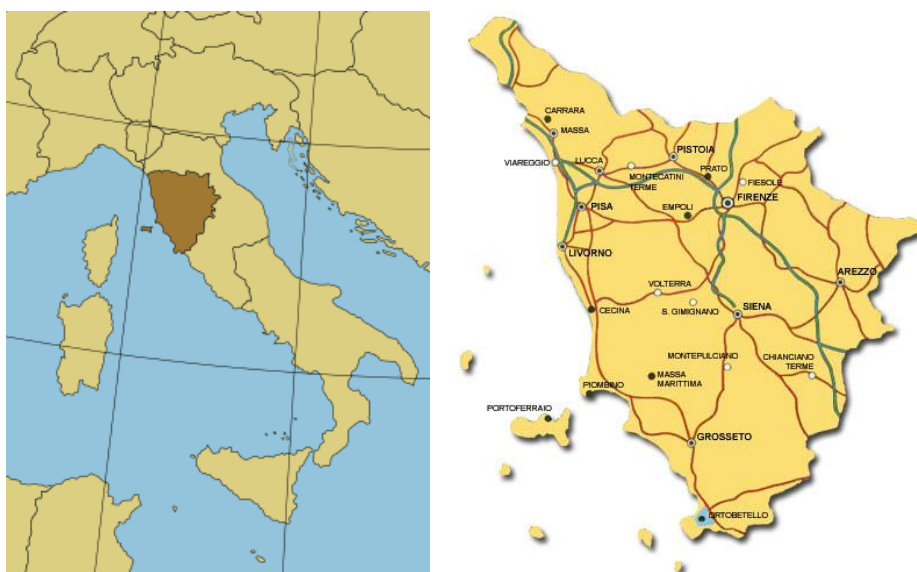
2 - CENÁRIOS INAUGURAIS

2.1 – TOMA DA TOSCANA: A ESTRADA

Entre as vinte regiões em que se divide a Itália, seu fascínio resume-se em uma única, a Toscana. Berço da língua italiana, seus contrastes culturais assemelham-se aos paisagísticos representando a diversidade e especificidades do país.

A região da Toscana está localizada na parte central da Itália entre o norte do Mar Mediterrâneo e os Montes Apeninos, cercada e entrecortada por grandes cadeias montanhosas. Conhecida por suas belas paisagens, ocupa uma área que se aproxima de 23.000 km².

Figura 1 – A Toscana, Itália



Fonte: <https://www.google.it>

A região atrai visitantes de muitas partes do mundo devido à cidade de Florença, sua capital, e outras, como: Siena, Pisa e Arezzo.

Figura 2 – A Toscana (Chianti), Itália



Fonte: Óleo sobre tela de autoria de Orozimbo Marinho de Almeida (2018)

Os vinhedos de suas colinas produzem vinhos respeitados em virtude de seu clima temperado e ensolarado. Os toscanos orgulham-se do azeite que produzem. Em boa parte da região, o comum na paisagem é ser representada alternadamente por vinhas e oliveiras. Oito mil e quinhentos hectares de seu território são cobertos por oliveiras, girassóis, papoulas e cereais que se alternam com filas de ciprestes. No período medieval, peregrinos, que viajavam entre a cidade de Roma e a atual França, enriqueceram a região com novos conhecimentos: culinária, arte, artesanato, etc. Alimentação e abrigo, necessários à estada desses viajantes, incentivaram o crescimento de comunidades ao redor de igrejas e tabernas. O encantamento da região circunscreve sua capital, Florença.

2.2 - FLORENÇA:

POEMA DE ARTE E ARQUITETURA NO ESPAÇO URBANO

Sua tradição medieval, a estética de sua arquitetura, as cores das casas, muitas delas em amarelo ocre com janelas quase sempre verde bandeira, o simbolismo de seus monumentos, intrigam e fascinam seus visitantes.

Figura 3 – Vista parcial de Florença



Fonte: Arquivo pessoal de Orozimbo Marinho de Almeida (2012)

Em sua obra, *Florença, o berço do Renascimento*, Machado lembra Mary McCarthy”, escritora e crítica literária americana: Os florentinos, de fato, inventaram a Renascença, o que quer dizer que eles inventaram o mundo moderno”. E a autora completa:

Parece exagero, mas não é. Em Florença, estruturou-se a língua italiana, a partir de Dante, lá Galileu deu início à ciência moderna, lá nasceu a nova concepção de política com Machiavel e se deu a revolução que libertaria a arte de todos os limites e preconceitos que vigoraram na Idade Média. Em Florença, o homem redescobriu a importância de seu papel no mundo (MACHADO, 2004, p. 9-10).

Florença foi fundada no ano de 59 a.C. a partir de um acampamento romano. Exibe mais de dois mil anos de história e hoje é uma cidade aberta ao turismo. Já no século III, a cidade

prosperava, o comércio era ativo sendo o poder exercido por grandes proprietários de terra. Ao longo de sua existência sofre invasões, assiste às lutas internas entre facções e famílias. Entre os séculos XI e XII surge uma nova classe social, formada por artesãos oriundos do meio rural. Seus membros organizam-se em *Corporações de Ofícios*, chamadas de Artes. As Corporações de Ofício são assim descritas por Brucke:

Os cidadãos de Florença, na Idade Média mostram um forte e contínuo impulso de agrupar-se em associações chamadas de Artes, às quais imprimem um caráter artesanal. Escrevem estatutos que especificam direitos e deveres de seus membros, exigem juramentos e fidelidade, fazem reuniões, impõem tributos e serviços. Tais organizações garantem aos membros uma certa segurança em um mundo turbulento, no qual a autoridade pública é fraca e a sobrevivência depende da cooperação e assistência recíproca. Além de fornecer uma ajuda, seja material ou psicológica, desenvolvem um importante papel social resolvendo conflitos entre seus membros. (BRUCKE, 1997, p. 42).

O artesanato evolui do ‘sistema familiar’ para o ‘sistema das corporações’ quando o artesão se desloca para a cidade e passa a produzir para um mercado interno constituído pelos habitantes urbanos. Nesse período de retomada de crescimento econômico e explosão demográfica, são construídos mosteiros e igrejas e sua arquitetura é dominada pelo estilo românico.

Na última década do século XIII, o arquiteto Arnolfo di Cambio é chamado a Florença para projetar uma grande catedral cuja pedra fundamental será lançada em setembro de 1296. Devido às suas grandes dimensões, sua cúpula torna-se um desafio para ser edificada. Cento e vinte anos após seu início a cúpula começa a ser construída em 1420. A história política e religiosa de Florença é rica em tradições, suas festas populares ainda hoje, atraem seus habitantes. Mas, o que representa a Florença de hoje? Para Cardini,

A Florença de hoje é um símbolo, um “logos”, uma grife. Florença fascina, Florença faz sonhar, Florença vende. De tudo: da moda às marcas de vinhos finos, da prataria ao couro trabalhado, das imagens cinematográficas à literatura. Escrever sua história é, ao mesmo tempo, desesperador e muito fácil. Existem bibliotecas inteiras sobre fatos esplêndidos ou terríveis, sobre monumentos, obras de arte, sobre protagonistas destes dois mil anos vividos entre o Arno e as colinas. [...] Entretanto, não são apenas rosas. O Arno está sempre menos prateado como nunca foi, e das sacadas das casas pendem outras coisas que não as glicínias em flor. A cidade viveu suas noites escuras, como aquela contada por Vasco Pratolini em *Crônicas dos pobres amantes*. [...] a peste, a fome e a sórdida miséria de bairros desesperados, a fúria das águas imundas e enlouquecidas daquela noite de novembro de 1966¹. (CARDINI, 2015, p.5).

¹ Era o 4 novembro do 1966, quando Florença foi inundada para uma implacável e devastadora maré de água e lama. Três dias de chuva forte e a subida rápida do nível do rio Arno foram só o prelúdio do cataclisma que estava por acontecer na cidade. (CARDINI, 2015, p. 6).

Trata-se de uma cidade rica em atividades industriais, artesanais, comerciais e culturais, possui vida artística e científica com suas escolas de arte e universidades. Dos seis séculos de esplendor artístico e cultural, destacam-se os gênios da arte como Michelangelo, Giotto, Botticelli e Brunelleschi, imortalizados em obras presentes na Catedral Santa Maria del Fiore, na Igreja de Santa Cruz, nas galerias Academia e Uffizi e no Palácio Pitti.

O século XIV contempla o esplendor de Florença. Divide-se em duas partes sendo a primeira, tumultuada por conflitos entre habitantes e governo além de invasores. A segunda organiza forma de governo com suas respectivas hierarquias, atributos, normas e regulamentos. Nessa organização salienta-se a fama dos Medici, que ultrapassa limites florentinos e toscanos. De origem camponesa tornam-se exímios mercadores e aliam ao seu poder econômico o político. Promovem as artes, letras e ciências. Criam bibliotecas, museus e patrocinam jovens artistas. Revivem a cultura grega, favorecem o estudo da filosofia e do humanismo. Sua influência atinge a igreja católica, conseguindo eleger dois papas de sobrenome Medici. “Foram mecenas e grandes colecionadores de obras de arte”, tais como: *David*, de Michelangelo; *A primavera*, de Boticelli; *Rapto das Sabinas*, de Giambologna, entre outras. (MACHADO, 2004, p.14).

Berço do Renascimento, patrimônio mundial da humanidade pela UNESCO, Florença desempenha um papel econômico e cultural preponderante nos séculos XV e XVI. Florença não teria a mesma configuração estética, arquitetônica e cultural sem a presença dos Medici. Até o início do século XIII na arquitetura predomina o estilo gótico, mas no decorrer desse século surgem alterações próprias de cada região. Para Janson,

Ao longo do século XIII o novo estilo perde aos poucos o seu caráter “importado” e a adversidade regional volta a afirmar-se. Em meados do século XIV, observa-se uma tendência crescente de intercâmbio de influências entre essas realizações regionais, até que um estilo “gótico internacional” surpreendentemente homogêneo prevalece em quase toda parte. Pouco depois, quebra-se essa unidade: a Itália, liderada por Florença, cria uma arte radicalmente nova, a do Pré-Renascimento. Um século mais tarde, finalmente, o Renascimento italiano torna-se a base de outro estilo internacional. (JANSON, 1998, p.131-132).

A arquitetura gótica italiana tem uma posição de destaque por não ser totalmente gótica como em outras regiões da Europa. A Itália cria estruturas de uma beleza e imponência extraordinárias. Não há nada que se compare à imponente austeridade do Palazzo Vecchio, a Câmara Municipal de Florença (figura 4). Suas formas estruturais seguem o mesmo padrão. Por trás de suas paredes, governos da cidade sentiam-se protegidos contra a ira das multidões enfurecidas. A alta torre não simboliza apenas o orgulho cívico, mas tem um objetivo eminentemente prático. Ao dominar a cidade e os campos vizinhos, servia de posto de observação contra os inimigos internos e externos.

Figura 4 – Palazzo Vecchio – sede do governo de Florença



Fonte: Arquivo pessoal de Orozimbo Marinho de Almeida (2012)

Arquitetos florentinos souberam contrabalançar o empobrecimento do gótico com um equilíbrio de formas que já prenuncia o Renascimento. Tem-se um exemplo claro desse cenário ao analisar a estética da Cúpula da Catedral de Florença.

A sensação de equilíbrio e harmonia, que a Cúpula transmite, é fruto de proporções áureas que existem entre os elementos que a compõem. Tais elementos, utilizados por Brunelleschi, a tornam alvo dos olhares e destaca-se a sua proporção em meio às demais construções,

Formas harmoniosas e equilibradas constituem uma constante na arquitetura florentina. Uma sucessão rítmica de arcos pode ser observada em vários edifícios na cidade conferindo-lhes um caráter de sóbria elegância.

Aquele que chega a Florença, por via férrea, e desembarca na estação Santa Maria Novella estará no centro da cidade. Da praça da estação, entra-se na via Panzani, a seguir via Cernetani e, percorrendo três quadras, vislumbrará a imensa Catedral Santa Maria del Fiore. É majestosa sob todos os ângulos.

Figura 5 – Arcos em uma rua de Florença



Fonte: Óleo sobre tela de autoria de Orozimbo Marinho de Almeida (2017)

Deixar-se perder no centro de Florença, por entre ruelas, arcos² e arcadas é um encanto. Mas é fácil se encontrar: basta olhar para cima e procurar a Cúpula da Catedral. Muitas ruas do centro histórico convergem para a Praça San Giovanni onde ela está posta.

Um destaque especial será dado à cúpula dessa catedral, cujos desafios em sua construção demarcam o objeto deste Guia.

² Arco -- Elemento estrutural curvo, quase sempre com a concavidade voltada para cima, que construtivamente cobre um vão suportando cargas. (CORONA, 1989, p. 50.)

2.3 – A CATEDRAL DE FLORENÇA

Figura 6 – Detalhe da Catedral de Santa Maria del Fiore



Fonte: Fotografia de Orozimbo Marinho de Almeida (2012)

Conforme relato de Francesco Gurrieri, em sua obra *La Cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze*, a atual Praça de San Giovanni, no centro de Florença, foi ocupada, desde os tempos bárbaros, por um assentamento ligado ao culto cristão. Essa região, desde o início da Idade Média, representa o mais importante centro religioso florentino. Além do Batistério San Giovanni, ocupavam o espaço, naquela época, um hospital, um cemitério e a igreja de Santa Reparata. Escavações evidenciaram que, em seus oito séculos de história, esse local de culto sofreu várias reformas. No século XIII, é substituído pela Catedral de Santa Maria del Fiore.

Na última década do século XIII, o arquiteto Arnolfo di Cambio³ é chamado a Florença para projetar a catedral que substituirá a igreja de Santa Reparata. Em grande solenidade, é nomeado chefe da construção da Catedral.

Assim a descreve Francesco Gurrieri:

³ Arnolfo di Cambio (1232 ou 1245-1302), considerado o melhor arquiteto do período gótico, nasceu em *Colle di Val d'Elsa*, fixando-se em Florença em 1296. Dirigiu os primeiros trabalhos da Catedral de Santa Maria del Fiore e projetou o Palazzo Vecchio. (MACHADO, 2004, p. 145).

É uma obra da arte gótica do início da renascença italiana, considerada de fundamental importância para a História da Arquitetura, é um registro da riqueza e poder da capital da Toscana nos séculos XIII e XIV. Seu nome parece referir-se ao *lilium*, (lírio), símbolo de Florença, mas, documento do século XV, por outro lado, informa que *fiore* significa “flor”, no caso, refere-se, metaforicamente, ao fruto de Maria, ou seja, Jesus. (GURRIERI, 1994, p.148).

Diz-se também que seu nome *Fiore*, é tirado de Florença – *flor*. Durante o período da república Florentina, em 1293, o tabelião Ser Mino de Cantoribus sugere a substituição da velha igreja de Santa Reparata, que será destruída completamente em 1375, por uma catedral maior e mais suntuosa de modo que, conforme suas palavras “a indústria e o poder do homem não pudessem inventar, ou mesmo tentar nada maior e mais belo” (GURRIERI, 1994, p. 148), e que estava preparado para financiar a construção. Esperava-se que a população contribuísse e todos os testamentos incluíssem uma cláusula de doação para as obras. Em setembro de 1296, é lançada a pedra fundamental na presença de autoridades, entre elas, o Cardeal Pietro Valeriani, enviado especial do papa Bonifácio VIII. “Nos primeiros anos da construção os trabalhos aconteceram com grande entusiasmo e satisfação”. (GURRIERI, 1994, p.150).

Arnolfo projeta um templo imenso e magnífico destinado a ser o maior e mais belo da Toscana. É composto de duas partes distintas e perfeitas, harmonicamente conjugadas, três naves, sendo a central mais larga do que as laterais, com altas pilastras, iluminadas por grandes janelas e ogivas⁴. Um amplo octógono abraça as naves⁵ em sua extremidade final no ponto mais alto da construção. É destinado a receber uma cúpula que será encimada por uma *lanterna*⁶ Parece audaz a ideia de se colocar uma cúpula octogonal imensa cobrindo as extremidades das três naves, concepção que Arnolfo talvez tenha trazido da catedral de Siena, anteriormente construída.

A catedral deveria ter a mesma estrutura do batistério localizado a sua frente. Como ele, seria coberta de mármore da Toscana em cores branca, vermelha e verde, e sua cúpula deveria ser octogonal e projetada para receber 30000 fieis. Arnolfo, porém, morre na primeira década do século XIV, sendo sepultado na igreja de Santa Reparata. Seu ambicioso projeto apenas havia começado. Em 1300, é criado um órgão gestor para supervisionar as obras.

Os trinta anos, que se seguiram, após a morte de Arnolfo, coincidem com um tempo de instabilidade e crises políticas. As lutas entre os *Bianchi e Neri*, facções que lutavam pela

⁴ *Ogiva* - perfil formado por dois arcos de círculo que se cruzam de acordo com certo ângulo (ÁVILA, 1996, p. 67).

⁵ *Nave* é a parte interna da igreja desde a entrada até a capela-mor. Denomina-se nave central quando esse espaço é subdividido por pilastras, colunas ou arcos (ÁVILA, 1996, p.65).

⁶ *Lanterna* é um elemento decorativo com uma dupla função de permitir a entrada da luz e assegurar boa ventilação (KING, 2017, p. 141). Conforme Corona (1989, p. 296), *lanterna* é um corpo cilíndrico ou prismático, mais alto que largo, com aberturas de iluminação sobre a cúpula.

hegemonia política e econômica, na região no final do século XIII seguidas pelas trapaças com Carlo di Valois, Arigo VII, Castruccio Castracani, acabam por tirar do foco a construção do monumento e a gestão de seus recursos.

Por este motivo, em 1310, o papa Clemente V, de Avignon, promete indulgências em troca de um sustento monetário para a continuação das obras. No ano seguinte, o arcebispo da cidade impõe ao clero o pagamento de taxas para ajudar o projeto. Em 1321, estabelece-se, em decreto público, a exigência imposta às Corporações de Ofícios que reservem uma parte de suas arrecadações para a obra. Em 1331, para que as atividades da construção se normalizem, os trabalhos da maior igreja de Florença recomeçam depois de suspensos por um longo período.

Figura 7 – A cúpula da catedral e o batistério octogonais



Fonte: Fotografia de Luciano Mugnaini (edizioni EMMEVU, s.r.l., 2012)

São tomadas iniciativas para angariar fundos e agilizar a gestão financeira, quais sejam, colocar a obra da Catedral sob a responsabilidade e proteção direta da *Arte da Lã* (sem dúvida, a de maior prestígio e mais rica entre as corporações florentinas) e criar um imposto para as lojas dos artesãos. Quanto à obra, em um primeiro momento, os esforços concentram-se em duas direções: de um lado a construção do campanário para substituir a antiga torre de Santa Reparata, do outro, reconstruir a praça para receber a catedral. Nesse trabalho, em 1393,

torna-se necessário rebaixar o terreno e aumentar a área da praça. Com a permissão dos proprietários, algumas casas são demolidas e o cemitério é transferido para outra área da cidade.

Um período difícil, na história de Florença, se aproxima marcando outra interrupção da construção. Experiências negativas do governo, guerras, escassez de fundos, inundações, a terrível peste em 1348 acompanham a vida de Florença até a década de 1350. Com lenta recuperação, as atenções se voltam para a construção do campanário. A catedral entra em foco apenas em 1353 quando se discute o projeto para suas capelas laterais e as tribunas⁷ do octógono que sustentarão a cúpula, um passo definitivo para o término da construção. O grande arquiteto e escultor Jacopo Talenti (1300-1362), projetista da catedral de Orvieto, apresenta um projeto para a continuidade da construção, a propósito do qual, o supervisor da fábrica anota em seu diário: “muito caro”. Elege-se um conselho para estudar e discutir o projeto que será aceito e Talenti passa a ser o substituto natural de Arnolfo de Cambio. Assim, começam pequenas alterações no projeto original.

Depois do primeiro período de interrupção forçada, a Corporação de Ofício *da Lã* resolve dar novo vigor à atividade do canteiro de obras e decide contratar Giotto que, em 12 de abril de 1334, é nomeado chefe dos trabalhos.⁸ De idade avançada, renomado por seus afrescos, encarrega-se de terminar a construção do campanário⁹ já que queria deixar em Florença uma obra de arquitetura. Seu falecimento, em 24 de abril de 1337, impede a continuidade da obra. Andrea Pisano, (1290-1348/9), escultor e membro das Artes dos Ourives de Pisa, autor da primeira porta do batistério de Florença, o sucede mantendo-se no cargo de chefia de 1337 a 1343, quando se afasta de Florença após a queda do Duque de Atenas, de quem era arquiteto oficial. Em 29 de março de 1359, festeja-se a conclusão do campanário. Sua base quadrada de 13,30m de lado, estreita-se um pouco mais acima para 12,40 m; a espessura de suas paredes é 3,60 m e possui 84,70 m de altura.

A forma longitudinal da catedral, típica das basílicas paleocristãs, é formada por quatro partes com cerca de 19,5 metros cada uma. A nave central é quadrada e as laterais são retangulares de dimensões 9,5 m x 19,5 m. A definição do módulo estrutural é evidenciada pelo emprego de materiais distintos. As pilastras são de pedra forte. Representa um novo conceito de arquitetura gótica – como mudança de estrutura das paredes, de forma contínua para plataforma. O projeto arquitetônico de Arnolfo de Cambio é uma das maiores sínteses dos novos

⁷ *Tribuna* é um lugar reservado e elevado, com abertura em janelas e varandas para assistir às cerimônias religiosas. (ÁVILA, 1996, p. 90).

⁸ Giotto di Bordone (1267-1337), pintor e arquiteto, mais conhecido na história da arte pela utilização da perspectiva na pintura renascentista. Estabeleceu o elo entre a pintura medieval, bizantina e o renascimento. De acordo com Vasari, “era atribuído a ele o papel de grande renovador da pintura”. (VASARI, 2011, p.91).

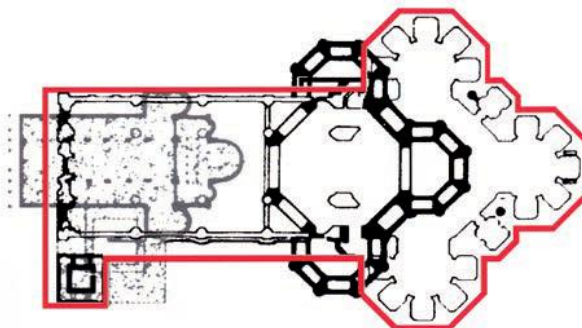
⁹ *Campanário* é uma torre onde se encontram os sinos, formando parte da construção ou separado dela. (CORONA, 1989, p. 101).

conceitos construtivos medievais. Nele, estão presentes a exatidão matemática, a maturidade, a essencialidade construtiva. Medindo 153 metros de comprimento, 38 metros de largura na parte frontal, sendo a largura na abside¹⁰, 90 metros. Sua altura, sem a cúpula, chega a 86,7 metros. Ocupa a quarta posição entre as grandes catedrais até hoje construídas; são maiores que ela: São Pedro, em Roma, São Paulo, em Londres e a catedral de Milão.

A fachada original desenhada por Arnolfo di Cambio é iniciada em meados do século XV, realizada por vários artistas em uma obra coletiva, mas só é concluída até o terço inferior de sua altura. Posteriormente desmanchada, por estar fora da moda, por ordem de Francisco I de Medici. Entre 1587 e 1588, abre-se um concurso para a criação de nova fachada que terminaria em escândalo e desavenças, e os projetos apresentados não são aceitos. A obra fica incompleta até o século XIX, quando, em 1864, Emílio de Fabris vence concorrência para a construção da nova fachada, a que se aprecia nos dias de hoje.

A figura 8, ilustra as plantas baixas sobrepostas do projeto inicial da Catedral de Santa Maria del Fiore, de Arnolfo di Cambio, sua sucessiva ampliação e a antiga igreja de Santa Reparata.

Figura 8 – Planta baixa da antiga igreja de Santa Reparata e ampliação da construção



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p. 25)

Conforme a narrativa de Gurrieri (1994), “é um enorme e magistral mosaico de mármore coloridos (branco, vermelho, verde), extraídos da região da Toscana, em estilo neogótico, com uma volumetria dinâmica e harmoniosa. Concluída em 1887, sendo dedicada à Virgem Maria” (GURRIERI, 1994, p.148).

¹⁰ Abside é a extremidade, em semicírculo, de uma basílica romana, e, por analogia, do coro de uma igreja. (CORONA, 1989, p. 49).

Figura 9 - Fachada da Catedral de Santa Maria del Fiore



Fonte: Fotografia de Orozimbo Marinho de Almeida (2012)

É significativo observar, em seu interior, a presença de figuras não religiosas, como um quadro de Dante e afrescos de comandantes militares. É notada, também, a ausência de capelas¹¹ privadas de ricas famílias florentinas, muito frequentes na época, como se vê nas igrejas de *Santa Maria Novella* e *Santa Croce*. O *Duomo*, como é chamado em italiano, sempre foi considerado um lugar público dos florentinos. Durante muitos anos, as quatro portas laterais estavam sempre abertas para a livre passagem daqueles que quisessem atravessar a praça. Ainda em seu interior, sobre a porta principal, há um grande relógio com decoração em pintura de Paolo Ucello, acertado conforme a hora itálica, uma divisão do tempo empregada na Itália até do século XVIII, que atribui ao pôr do sol, o início do dia. Seus vitrais¹² são os maiores no gênero, criados entre os séculos XIV e XV, retratando imagens de santos do Velho e Novo Testamento.

A Catedral, hoje, desempenha as mesmas funções para as quais foi construída, ou seja, acolher fieis em oração, realizar cultos e cerimônias religiosas e, no presente, suas capelas são utilizadas também para apresentações e concertos musicais, ampliando, dessa forma, seus propósitos inaugurais. Sua imponência e notoriedade atraem grande número de turistas e representa um marco na cidade que não permite esquecer a força e o poder de Florença daquela época.

¹¹ *Capela* é o recinto de uma igreja onde fica o altar particular (ÁVILA, 1996, p. 30).

¹² *Vitral* é uma vidraça de cores ou pintura. Comumente designa aquela que representa algo imaginado pelo artista e é executado em pedaços de vidros coloridos, rejuntados com chumbo (CORONA, 1989, p. 472).

2.4 – PRESENÇA DE BRUNELLESCHI NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA

Em 19 de agosto de 1418, em Florença, é publicado um edital para a edificação da cúpula da catedral *Santa Maria del Fiore*. A construção da catedral iniciada há mais de um século estava sem a cúpula, não fora construída, por apresentar desafios devido às suas grandes dimensões.

Quem desejar projetar um modelo para a construção da cúpula principal da catedral – para a armação, escoramento, andaime ou qualquer outro instrumento para levantar a construção – cuja obra é de responsabilidade da *Opera del Duomo*, poderá fazê-lo até o final de setembro. Ao projetista escolhido será dado a soma de 200 florins de ouro. (KING, 2017, p. 9).

Conforme narrativa de Ross King (2017), duzentos florins, na época, correspondiam ao salário que receberia um artesão, durante dois anos. O concurso atrai a atenção de carpinteiros, pedreiros, mestres de obras, arquitetos de toda a região da Toscana.

Até então, em 1418, o projeto mais importante estava ainda inacabado. A substituição da antiga igreja de *Santa Reparata*, em ruínas, por uma nova catedral, concebida para ser uma das maiores da cristandade não fora concretizada. Orgulho dos cidadãos de Florença, mais do que pela fé religiosa, a comuna estabeleceu que a catedral seria construída com o maior esplendor. Seus construtores encontraram grandes obstáculos à medida que se aproximava a conclusão dos trabalhos. O prosseguimento da obra já estava bem definido, porém, as dimensões da cúpula eram enormes e, se construída conforme o projeto, seria a maior e a mais alta já edificada.

Durante cinquenta anos, ninguém de Florença ou de qualquer outra parte da Itália tinha a menor ideia de como realizar o projeto. O trabalho inacabado da Catedral de Santa Maria del Fiore transforma-se em grande quebra cabeça arquitetônico da época. Desde o início, considerada uma tarefa improvável, os próprios projetistas, incapazes de imaginar a conclusão, confiavam em uma providencial solução feita por algum arquiteto iluminado. Seria impossível construir a cúpula sem o auxílio de um suporte visível? Essa e outras questões foram objeto do debate ocorrido em 1367, durante o qual os expositores da *Opera del Duomo* optaram pela realização de uma cúpula maior do que aquela prevista no projeto anterior. Três meses mais tarde, provavelmente pelo desejo de dividir a responsabilidade da construção, o projeto foi colocado, aos cidadãos de Florença, em um *referendum*, para que escolhessem como fazer.

A decisão de adotar o projeto de Fioravanti¹³ representou um ato de confiança. Jamais nenhuma cúpula com tais dimensões tinha sido construída desde a antiguidade e seu diâmetro, com mais de 44 metros, superaria a do Panteon de Roma, cuja cúpula era considerada, há mais de mil anos, a maior até então construída. E a cúpula da Santa Maria del Fiore não seria apenas a maior de todas, mas também a mais alta. As paredes da catedral atingiam 43 metros de altura, sobre as quais seria construído um tambor octogonal para receber a cúpula, ocasionando um acréscimo de 9 metros em sua altura. O objetivo de construir o tambor era de elevar, ainda mais, a altura da cúpula cuja curvatura seria iniciada a 52 metros de altura. Maior do que qualquer torre gótica construída na França, no século XIII.

O projeto contemplava a existência não de uma cúpula, mas duas, uma dentro da outra. Uma estrutura arquitetônica desse tipo era rara. Utilizada na Pérsia, durante o período medieval, transforma-se em uma expressão característica da arquitetura islâmica na construção de mesquitas e mausoléus. O modelo previa um invólucro exterior para elevar a altura e, um interior, menor, que sustentava uma parte do peso da externa. Por outro lado, a parte externa teria a função protetora de agentes externos e atmosféricos.

Outra particularidade da cúpula de Neri era a forma singular. Diferente de outras cúpulas precedentes, Panteon inclusive, o perfil da cúpula de Santa Maria del Fiore, deveria ter uma forma ogival e não hemisférica. Isso significava que, ao invés de descrever um semicírculo, seus lados seriam curvados até o ponto mais alto no estilo do arco gótico. Esta forma arquitetônica é conhecida como *quinto agudo*. A complexa estrutura cria vários problemas aos seus construtores cinquenta anos mais tarde e sua edificação exigiu soluções engenhosas. A proposta de Neri tornou-se um objeto de culto para os florentinos. Cento e vinte anos após o início da construção da catedral, a cúpula estava prestes a se concretizar. Entre os projetos apresentados, apenas um oferecia uma solução original para o problema de sua curvatura. Esse modelo, fabricado em tijolos, foi feito não por um carpinteiro e ou pedreiro, mas por um homem que dedicou o trabalho de uma vida para resolver dilemas ligados a relógios e ourivesaria, de nome Filippo Brunelleschi.

Filippo Brunelleschi nasce em Florença, em 1377, de uma família de classe média. Artesão, ourives e, posteriormente, arquiteto, dedicou-se ao estudo da geometria. Entre suas atividades, o jovem Brunelleschi, sobressai como arquiteto, porém, antes de aventurar-se nessa área, passa por uma experiência de ensino-aprendizagem com o célebre cartógrafo e matemático

¹³ Neri di Fioravanti, escultor e arquiteto de Pistoia, bastante ativo em Florença na metade dos anos *trezentos*, teve seu projeto para a Cúpula da Catedral Santa Maria del Fiore, escolhido em um concurso. Mais tarde, tal projeto foi executado por Brunelleschi.

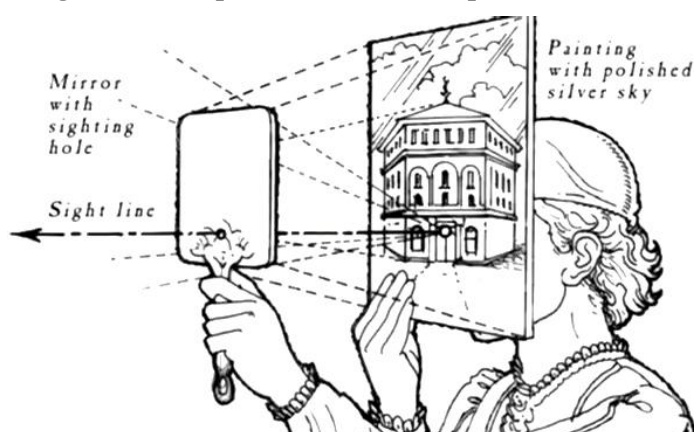
Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397-1482)¹⁴ que o teria introduzido no estudo da geometria aplicada, deixando o mestre estupefato pelas questões que coloca e pelas intuições que desenvolve.

Em 1415, Brunelleschi estabelece a perspectiva linear matemática utilizando-se de espelhos – todas as linhas paralelas em um plano deveriam convergir para um único ponto de fuga. Brunelleschi destaca-se como propagador dos seus princípios, que, embora conhecidos pelos gregos e romanos, foram esquecidos durante toda a Idade Média. Restabelece, na prática, o conceito de ponto de fuga (figura 12) e a relação entre a distância e o tamanho dos objetos.

Antonio Manetti (1475), biógrafo de Brunelleschi, descreve o experimento feito por ele, utilizando uma tela quadrada de madeira, onde pintou a imagem do Batistério que fica defronte à catedral. Para comparar a imagem pintada com a real, fez um pequeno orifício no centro do quadro pintado e ele se posicionou na porta da catedral voltado para o batistério. Ao olhar pelo orifício, no verso da tela, pôde ver a imagem real do batistério. A seguir, com a ajuda de um espelho, colocado na outra mão e ajustado a uma distância adequada, visualizou a imagem pintada refletida no espelho e admirou a perfeita coincidência da imagem pintada com a imagem real. Brunelleschi pretendia demonstrar a precisão de um desenho feito com a definição geométrica de um ponto de vista (a posição do olho) (figuras 10 e 11).

Brunelleschi inaugura o estudo com os espelhos, da perspectiva artificial, sendo pioneiro nesse experimento. Entretanto, os cálculos e projeções, que são necessárias para utilização da perspectiva, ainda não estavam elaborados, tão pouco os artistas daquela época tinham esse tipo de percepção.

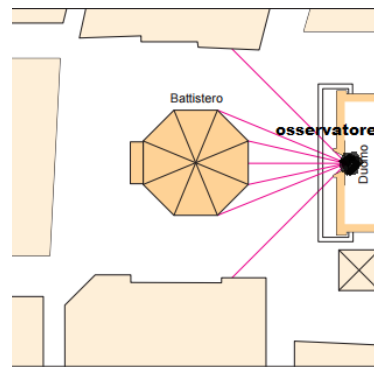
Figura 10 – Experimento utilizado por Brunelleschi



Fonte: <http://www.artaban-asso.co>

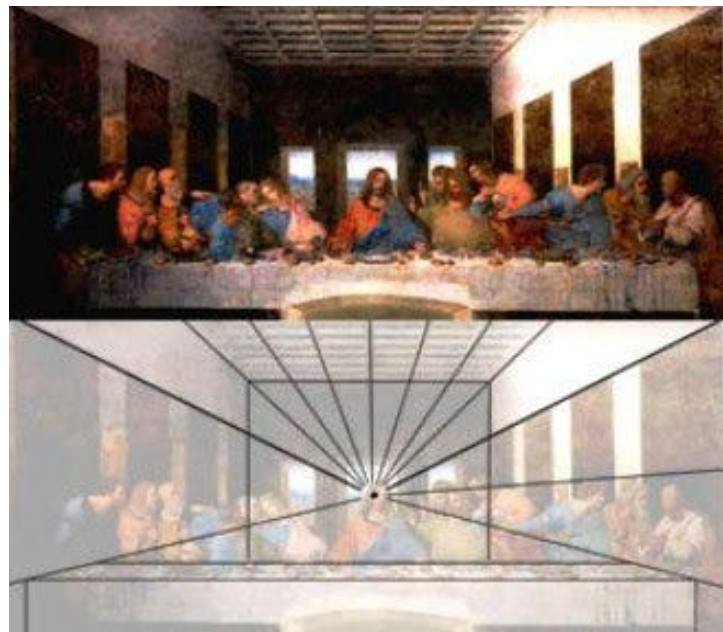
¹⁴ Paolo Toscanelli (1397-1482), matemático, geógrafo e astrônomo florentino, amigo de Brunelleschi, elaborou o mapa que permitiu Colombo chegar à América. (SZAMOSI, 1986, p. 124).

Figura 11 – Experimento utilizado por Brunelleschi



Fonte: <https://beontheroadwith.blogspot.com/2017/03/prospettiva-pittorica-come-nasce-e-dove.html>

Figura 12 – Perspectiva Linear com ponto de fuga – Santa Ceia (Leonardo da Vinci)-Milão



Fonte: <https://br.pinterest.com>

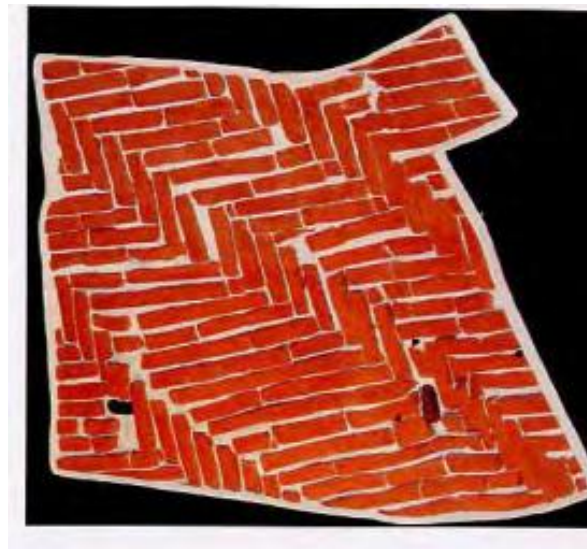
A perspectiva é um método de representar objetos tridimensionais em uma superfície de duas dimensões permitindo o controle da posição relativa, à dimensão ou à distância, como os objetos são observados na realidade, de um particular ponto de vista. Brunelleschi é considerado seu inventor, aquele que descobriu suas leis matemáticas. Sua obra prima será a cúpula da catedral de *Santa Maria del Fiore*, em Florença, quando soluciona um impasse técnico.

Essa obra arquitetônica marca uma nítida ruptura com as edificações góticas. Foi encarregado de executar o projeto concebido, em 1367, por Fioravanti. Estuda uma forma de construí-la mais alta e não circular, algo não usual na época. Iniciada 120 anos antes, a catedral demandava a construção de sua cúpula. Para deslocar o material pesado para a base da cúpula,

ele projeta máquinas, movidas por animais, que giram, enquanto o material sobe ou desce da mesma. Um procedimento de vanguarda na época.

Brunelleschi utiliza tecnologia avançada para resolver o impasse. Cria uma forma de dispor os tijolos num arranjo chamado *espinha de peixe* no qual uns suportam o peso dos outros, evitando assim, que resvalam (figura 13).

Figura 13 – Disposição dos tijolos na forma “espinha de peixe”, em alguma seções da Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore



Fonte: Conti e Corazzi (2005, p. 41).

A construção da cúpula, iniciada em 1420, será concluída em 1436. É provável que o emprego da Geometria, envolvida em sua edificação, circunscreva um contexto de harmonia e estática. Arquitetos da época dominavam bem a Matemática, em particular, Brunelleschi, visto que, seus conhecimentos lhe permitem estabelecer as bases geométricas da perspectiva. Outros matemáticos, contemporâneos, também estiveram envolvidos no projeto da cúpula, entre eles Giovanni Dell' Abaco e Paolo Toscanelli, que o auxiliaram em soluções geométricas.

A criatividade de Brunelleschi exprime uma solução particular. Entrelaça elementos técnicos romanos, românicos e góticos, combinando materiais de forma original. Assim, a cúpula octogonal, de 52 metros de diâmetro e surpreendente altura, transforma-se em um problema de simples solução. Ainda hoje, discute-se: quais conhecimentos Brunelleschi possuía para efetuar os complexos cálculos que evitaram acidentes estáticos à sua famosa cúpula?

Ele fora estimulado a inventar uma solução pessoal para sua construção, pela impossibilidade ou pela recusa dos mestres carpinteiros em fazer escoramento de sustentação, altos e resistentes, como exigia aquela obra. Tais estruturas de madeira e ferro já não eram utilizadas pelos arquitetos de Florença. Há muito haviam sido abandonadas ou até mesmo esquecidas.

Brunelleschi é atraído por uma aventura audaciosa: constrói duas cúpulas em alvenaria, uma dentro da outra, conforme o projeto de Fioravanti. Utiliza particulares engenhos, ignora completamente os suportes provisórios e emprega novas e mais racionais tecnologias para sua época.

Até o século XVI, os conhecimentos de aritmética de origem hindu-arábica, ainda não estavam completamente aceitos e difundidos na Europa. Apenas no século XVII, atinge uma elaboração das regras de cálculo com números inteiros, com as frações e com os numerais decimais. Rugiu lembra:

É lícito pensar que, no tempo em que Brunelleschi projeta e constrói a cúpula, como chefe de obra, o uso da matemática para fins de engenharia, se limitasse à medidas simples, à definição de relações entre desenho e construção. Da atividade do jovem arquiteto, sobressai aquela construtiva. (RUGIU, 1998, p. 100).

Na época do império romano, projetos arquitetônicos utilizavam-se da curva. Como comprovação empírica tem-se o Coliseu e o Panteon, localizados em Roma. Brunelleschi não foi o primeiro a retomar, cerca de doze séculos depois, a solução da alvenaria curva. O estilo românico, principalmente aquele do final do período gótico, havia utilizado a técnica. A substituição de pesadas paredes de sustentação das pilastras¹⁵ por arcos, também fora estudada por ele.

Brunelleschi é um artesão que projeta na prancheta e depois arregança as mangas para apalpar os tijolos, ainda quentes, mostrando como se faz a argamassa. É mestre de obras, dirige os trabalhos; para ele é natural controlar, retificar desenhos e planos de produção do dia a dia, estar no canteiro de obras, do amanhecer ao anoitecer, para supervisionar pessoalmente os trabalhos. Em sua formação, durante a juventude, terá visto um pouco de geometria e, talvez, de aritmética, que seus pares de algumas gerações anteriores não tinham conhecimento. Interessasse também pela cultura humanista.

Defende a perspectiva e seus princípios matemáticos em tratados. Artistas como Paolo Uccello, Sandro Botticelli, Leonardo da Vinci e Michelangelo, seus contemporâneos, aderiram à técnica de perspectiva recriada por ele. Outras grandes obras de Brunelleschi são o *Palazzo Pitti*, protótipo do estilo palaciano renascentista: a igreja de *San Lorenzo*, igreja *di Santo Spirito*, e a capela *dei Pazzi*, caracterizada por sua estrutura geométrica.

Isto posto, registramos reflexões de Brunelleschi feitas a Mariano Taccola, matemático, administrador, artista e engenheiro de Siena, sobre o motivo de guardar segredo das invenções e de suas relações com detentores de poder.

¹⁵ Pilastras são colunas ou pilares integrados às paredes, apresentando-se ligeiramente salientes. (ÁVILA, 1996, p.73)

... não devemos comunicar a muitos as nossas invenções, mas apenas a poucos que entendem e apreciam a Ciência, porque colocar muito à mostra e explicar as próprias invenções e ações, significa apenas desperdiçar o que você criou. Existem muitas pessoas que gostam apenas de ouvir e depois criticar os inventores e contradizer aquilo que fazem e dizem, para assim impedir que sejam ouvidos e valorizados. Para mais tarde, depois de alguns meses ou anos, dizerem as mesmas coisas, por escrito ou através de desenhos, contando vantagem de serem eles os inventores (...). Não se pode mostrar a todos e a cada um, os segredos das águas do mar e dos rios e das construções que neles são feitas, mas sim a um grupo especial de pesquisadores, filósofos, mestres na Arte Mecânica que decidem tudo o que é necessário para construir e edificar. (RICCI, 2014, p. 217).

O modelo de Brunelleschi atrai a atenção dos participantes de forma particular. Como seria possível edificar uma cúpula com grandes dimensões, sem escoramento necessário? Arrojada é sua proposta e muitos de seus contemporâneos o consideraram louco.

Na manhã de 7 de agosto de 1420, faz-se uma comemoração a 42 metros de altura pelo início das obras. “Pedreiros e operários envolvidos nos trabalhos da catedral, subiram até o tambor que será a base da cúpula. Fizeram uma refeição à base de pão, melão e vinho, oferecidos pela *Opera del Duomo*. Esse pequeno lanche celebra um momento histórico” (KING, 2017, p.92).

Após 50 anos de projetos e discussões, a construção da grande cúpula da catedral está prestes a ser iniciada. Um dos principais problemas na construção da cúpula de Santa Maria del Fiore – e de qualquer estrutura de grandes dimensões – era transportar o pesado material, como barras de alvenaria e placas de mármore, a dezenas de metros de altura e instalá-las na posição correta e com precisão, conforme exigia o projeto. Os blocos de arenito pesavam, cada um, cerca de 770 kg e, centenas deles deveriam ser suspensos para erguer a cúpula. A solução para esse problema foi projetada por Brunelleschi, ao constituir mecanismos, não conhecidos até então. No canteiro de obras, havia máquinas e ele cria outras, inclusive um guindaste, que ele aprimorou. Torna-se um dos equipamentos mais utilizados na época do Renascimento, sendo estudado e analisado por arquitetos e engenheiros.

No início de 1426, a cúpula atinge a altura de 20 metros sobre o tambor e as calotas¹⁶, curvando-se para dentro, superam o ângulo crítico de 30 graus. Esse fato pode explicar o motivo pelo qual, somente, naquele momento, são utilizados os anéis feitos de pedra, colocados a partir dessa altura, e não mais baixo, onde a pressão circular era bem mais elevada. Foram dispostos em volta da circunferência da calota de modo a torná-la mais espessa nos ângulos.

¹⁶ Calota é uma porção da abóboda com o fim de dar mais altura ao teto ou destinado a servir de fundo para pinturas decorativas (CORONA, 1989, p. 99).

Essas estruturas circulares, que são em número de nove, desempenham um papel fundamental na construção da cúpula.

King (2017) afirma que por mais engenhosa que fosse a colocação na forma de espinha de peixe, não teria impedido que a cúpula desmoronasse. Ele argumenta:

O verdadeiro golpe de mestre de Brunelleschi foi criar uma estrutura circular para dar forma à estrutura octogonal da cúpula, ou seja, a cúpula foi construída contendo dentro da estrutura das paredes das duas calotas, uma série de anéis circulares. A cúpula interna é mais espessa do que a externa. Suas paredes tem espessura variando entre 1,40m a 2,0 m, aproximadamente em algumas faixas. Ela é larga o suficiente para incorporar dentro de sua estrutura uma cúpula circular com 70 cm de espessura. (KING, 2017, p.181).

Ele acreditava que se pudesse evitar o desmoronamento, devido ao peso, não por meio de contrafortes externos, mas graças ao emprego de uma série de anéis de pedra e madeira, incorporados à estrutura, de modo que formando círculos, sustentariam a cúpula nos prováveis pontos de ruptura. Todas as tensões seriam absorvidas pela própria estrutura sem recorrer a suportes externos. Além disso, tais anéis estando contidos na estrutura, não seriam notados e formariam uma cúpula de rotação na parte interna, entre as cúpulas.

Roland Mainstone, construtor inglês, que desenvolveu esse modelo logo após fazer uma pesquisa nos anos setenta do século XX, explica que “a cúpula interna foi construída como se fosse uma cúpula circular mas com partes cortadas por dentro e por fora para deixar espaço para a abóboda octogonal da cúpula externa” (MAINSTONE *apud* KING, 2017, p. 181).

A alvenaria da calota externa foi feita para que se tornasse autossuficiente, sem perigo de desabar para dentro. Os anéis são praticamente despercebidos, visíveis apenas em poucos pontos entre as duas calotas. Vista da parte externa da catedral, parece perfeitamente octogonal, como decidido no projeto de 1367. Mais uma vez, Brunelleschi, o mestre do ilusionismo, desfruta a diferença entre aparência de superfície e a realidade interna.

Quando ocorre a decisão de se construir a cúpula sem sustentação externa, outras alterações são relevantes. Em certas partes da cúpula os tijolos estariam dispostos na forma espinha de peixe e, a partir da altura de 20 metros, a pedra calcária seria substituída por tijolos ou pedra vulcânica, por serem mais leves. Foram escolhidos os tijolos, já que o tufo calcário não estava disponível em Florença; deveria ser importado.

Manetti, o biógrafo de Brunelleschi, lembra que ele inspecionava a fabricação dos tijolos nas olarias, pois o controle de qualidade do material era a maior preocupação do mestre de obras. De igual importância era também a argamassa. Dela, narra Manetti, que Brunelleschi ocupou-se pessoalmente. “Durante a Idade Média, a argamassa era feita de uma mistura de a-

reia, argila e cal. Para uma estrutura das dimensões da cúpula, foi necessária uma maior quantidade de cal.” (KING, 2017, p. 162).

Oito grupos de pedreiros trabalham, simultaneamente, na construção das *velas* (cada uma das oito faces, as quais compõem a cúpula), as paredes da cúpula interna têm uma largura de 1,80 metros e, a externa, 0,60 metros e são construídas ao mesmo tempo. Em média, sua altura cresce 30 centímetros por mês. Na primavera de 1428, os trabalhos avançam, sem problemas. Com menos de oito anos de trabalho, a cúpula atinge uma altura de vinte metros acima do tambor que a suporta, e a construção deve ser, neste momento, mais rápida já que seu contorno estreita-se à medida que atinge o alto.

Em março de 1433, alcança a altura de 30 metros, o que significa que os pedreiros trabalham a 80 metros do solo, equivalendo a um edifício de 20 andares. Nesse ponto, os operários preparam-se para colocar a terceira trave¹⁷ de pedra como reforço. No início de 1431, os responsáveis pela obra decidem abandonar o projeto inicial de 1367, de Fioravanti. A cúpula já era, segundo eles, *incomparável* ao modelo proposto. Não significava que Brunelleschi havia alterado o modelo, mas que a estrutura do projeto tinha perdido sua função, portanto, a construção poderia ser prosseguida de forma autônoma. Brunelleschi, em 1433, é alertado para acelerar os trabalhos.

Um ano mais tarde, ao final da execução do projeto, lamenta a reestruturação feita no mesmo. Brunelleschi assinala: “[...] se fossem construídas as capelas, como eu havia sugerido, poderia ter evitado aquelas traves horríveis à vista, e mais uma vez insiste para que os responsáveis reconsiderassem seu projeto”. (KING, 2017, p.123).

Brunelleschi conseguiu, com sucesso, criar uma estrutura arquitetônica incomparável, apesar de toda adversidade e ressentimentos, realizara o sonho de sua juventude. Ainda adolescente, passava pela catedral sem a cúpula e ouvia o ruído dos maquinários trabalhando. Ao admirar o perfil da cúpula destacar-se na cidade, deve ter pensado com orgulho que conseguira igualar-se, ou superar, os mestres romanos, cujas obras havia estudado.

A *lanterna* (figura 14) colocada sobre a cúpula fora consagrada em março de 1446 por Sant’Antonino, arcebispo de Florença. Brunelleschi viveu o suficiente para presenciar a cerimônia. Morre no mês seguinte, em 15 de abril, aos 69 anos.

¹⁷ *Trave* é o mesmo que viga. Elemento estrutural, geralmente em posição horizontal, que trabalha a flexão e que transmite os esforços às colunas que, por sua vez trabalham a compressão. (CORONA, 1989, p. 471).

Figura 14 - Lanterna corando a Cúpula e sobre ela a esfera de cobre, obra de Verocchio



Fonte: Conti e Corazzi (2005, p.20)

A obra de Brunelleschi é apreciada por Corazzi no prefácio de seu livro *La cupola del duomo di Firenze*:

A originalidade de Brunelleschi consiste na musicalidade que consegue extrair de suas obras e que se revela, de forma particular, na cúpula. A simplicidade do método por ele criado, o torna ainda maior; é próprio dos gênios, desenvolver um método simples para solucionar um problema complicado. Sua estrutura, formada de duas calotas com 1,20m de espaço entre elas para permitir o acesso à base da lanterna colocada em seu ápice, é formada de oito velas que representam secções de um cilindro elíptico. A sensação de equilíbrio e harmonia que a cúpula transmite, é fruto das proporções áureas que existem entre os elementos que a compõe. (CORAZZI, 2017, p.7).

3 - A CÚPULA OCTOGONAL

3.1 – PELAS MÃOS DA MATEMÁTICA

Figura 15 - Cúpula da Catedral de Florença



Fonte: Óleo sobre tela de autoria de Orozimbo Marinho de Almeida (2017)

A cúpula octogonal, sólida, imponente, majestosa, pode ser observada de vários pontos da cidade de Florença como símbolo de poder religioso. Cabe indagar: como foi possível sua construção nos dezesseis anos que cobrem ideias e realizações? Dois autores serão visitados para responder à pergunta que envolve princípios essenciais de Matemática, Geometria e Estética. São eles: Conti e Corazzi (2011). A cúpula sempre despertou a fantasia de visitantes e interesse de estudiosos pela beleza, misteriosa técnica de construção e pela excepcionalidade de suas dimensões. Conti, referindo-se às suas medidas, narra que:

Seu diâmetro interno mede 45 m , o externo 54 m , sua base encontra-se a 55 m do solo, a Cúpula atinge 91 m e, com a lanterna, que pesa 750 toneladas, chega a 116 m ; seu peso é de 29.000 toneladas. É interessante notar que as medidas dos elementos que a compõem determinam proporções áureas, pois começa de uma altura de 55 m do solo, apoia-se em um tambor octogonal de 13 m ,

tem 34 m de altura, acima dela apoia-se uma lanterna de 21m. Podem aqui ser observados alguns números da sucessão de Fibonacci, que, como se sabe, estão ligados à razão áurea. (CONTI, 2014, p.1).

A propósito da sequência de Fibonacci, seus elementos estão assim dispostos:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 ... e, cada elemento, a partir do terceiro, é calculado somando seus dois antecedentes imediatos. Dividindo-se dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci, o maior pelo menor, os quocientes tendem a um valor próximo de 1,618. Esse número é chamado de número φ - que é a *razão áurea*. As Formas Arquitetônicas buscam a estética utilizando-se dos elementos geométricos cujas medidas estão em razão áurea. Apenas por esse motivo, merecem ser saudadas as proporções utilizadas na Cúpula. Entretanto, é necessário ressaltar que, naquela época, o sistema de medidas, utilizado na Itália, não era decimal, apesar disso, é notável que, atualmente, com do sistema internacional, encontrem-se medidas que podem ser inseridas na sequência de Fibonacci.

É relevante evidenciar a importância da Matemática na construção da cúpula. Sabe-se que Brunelleschi, seu mestre de obras, foi também “matemático”. A prova de sua importância, nesse campo, está no fato de ser citado em textos da História da Matemática, como Boyer, Kline e outros, além de estar cercado de notáveis matemáticos, Toscanelli e Giovanni dell’Abaco. Recentes estudos mostram que:

[...] a Cúpula é formada por oito faces, chamadas *velas*, cada uma delas é uma secção de um cilindro elíptico¹⁸. As bordas de cada face, que na parte externa são cobertas de mármore branco, são arcos de circunferência, enquanto que a secção meridiana¹⁹ de cada vela é um arco de elipse. Sobre esse fato, houve, no passado, numerosas polêmicas e ainda hoje fazem-se afirmações inexatas sobre esta questão. (CONTI, 2014, p.2).

Roberto Corazzi e Giuseppe Conti, realizando um estudo, munidos de um *scanner a laser*, digitalizaram o relevo da cúpula e suas bordas, em algumas centenas de pontos. Trabalharam os dados utilizando o modelo matemático dos mínimos quadrados da circunferência e da elipse. Registram:

Obtivemos, para cada borda, uma circunferência de raio médio 36,18m, com um erro mínimo médio, da ordem de 1 cm. Este resultado é muito interessante porque é quase coincidente com a medida teórica de 36 m que deve ser o raio de cada borda. Quanto aos perfis médios de cada vela, consideramos os pontos que se obtém cortando uma vela com um plano perpendicular à sua base, passando pelo eixo central da Cúpula. A curva teórica deve ser uma elipse, e considerando a cônica dos mínimos quadrados, a cônica assim obtida com tal método é uma elipse, exatamente como o esperado conforme as considerações teóricas, e neste caso também, com um erro mínimo. (CONTI, 2014, p. 2).

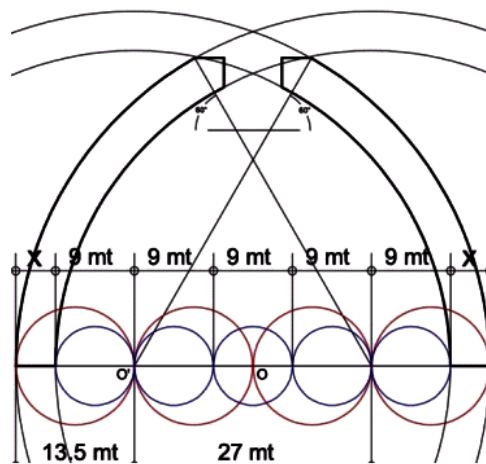
¹⁸ Um *cilindro elíptico* é uma superfície constituída de todas as retas (chamadas geratrizes), que são paralelas à uma reta dada e que passam por uma elipse. (STEWART, 2009, p. 766).

¹⁹ *Secção meridiana de um sólido* – intersecção da superfície desse sólido com um plano perpendicular à sua base passando pelo eixo do mesmo. (STEWART, 2009, p. 766).

A superfície de cada vela é, portanto, uma porção de um cilindro elíptico – sua interseção com um plano perpendicular à sua geratriz é uma elipse – cada face pertence a um cilindro diferente conforme a posição do eixo e da orientação.

Corazzi afirma que a base do tambor octogonal, suporte da cúpula, não é regular. Suas medidas variam entre 16,90 m e 17,24 m. Em consequência, tem-se que os ângulos do octógono não são congruentes, isto é, não medem 135° , como deveria ocorrer, se a base fosse regular. Grande parte da bibliografia que descreve a obra prima de Brunelleschi, ainda conforme Corazzi (2014, p.7-9), mostra que o contorno aparente da cúpula obedece a regras precisas; “o perfil externo é um *sexto de quarto agudo*, enquanto que, o interno é um *sexto de quinto agudo*” (figura 16).

Figura 16 – Construção do perfil da cúpula - Quarto e quinto agudos

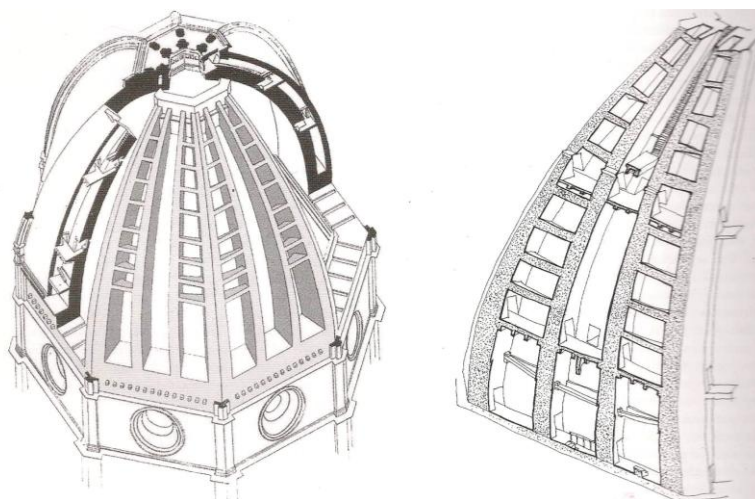


Fonte: Conti (2014, p. 3)

Qual seria o significado de tais locuções? Significam que, para se determinar o perfil da cúpula interna, divide-se o diâmetro menor, de 45 m, em cinco partes iguais (*quinto agudo*), medindo, cada parte, 9 m. Ao se colocar a ponta seca do compasso na primeira das cinco partes – chamada de *centro de quinto agudo* – traça-se um arco de circunferência, de raio 36 m. A seguir, fazendo-se centro no ponto simétrico dessa divisão em relação ao centro do diâmetro, traça-se outro arco, também de raio 36 m. A interseção desses arcos é o ponto mais alto da cúpula interna. O perfil da calota externa é determinado, utilizando-se o mesmo procedimento. Divide-se o diâmetro maior (54 m) em quatro partes congruentes (*quarto agudo*). Cada uma delas medirá 13,50 m. Com centro no *ponto de quinto agudo*, traça-se um arco cujo raio medirá 40,5 m, ou seja $(54 - 13,5)$; utilizando seu simétrico, traça-se outro arco, com o raio igual. Os dois arcos cortam-se no ápice da cúpula externa.

As duas calotas estão ligadas entre si por um sistema de contrafortes; 8 deles são angulares, isto é, estão nos planos das arestas comuns entre duas velas e 16, duas em cada vela, dividindo a face em três partes iguais (figura 16). Os contrafortes, que estão nas faces, têm uma espessura de 1,75 m na base e 0,40 m no ponto mais alto. Aqueles que estão nas arestas têm o dobro de espessura. Outras importantes componentes estruturais da Cúpula são os 144 arcos horizontais (18 em cada vela) que reforçam a calota externa fazendo a ligação com os reforços das arestas. Estão distribuídos em 9 níveis nos dois terços superiores da Cúpula sendo a distância entre eles de 2,50 m.

Figura 16 – Estrutura das calotas



Fonte: Conti- Corazzi (2014, p.148) Fonte: Conti-Carazzi (2005, p. 51)

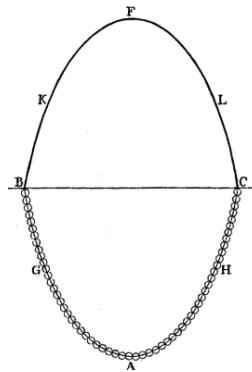
O perfil da Cúpula aproxima-se de uma curva *catenária* invertida, ou seja, curva formada por um fio preso em suas extremidades, estando sujeito à ação da gravidade (figura 17).

Sua forma, de acordo o matemático Bernoulli²⁰ ao final do século XVII “é a mais apropriada para ser o perfil de uma cúpula *autoportante*, isto é, que se sustenta por si mesma” (BERNULLI *apud* CORAZZI, 2014, p.12). Huygens²¹ foi o primeiro a utilizar o termo *catenária*, na matemática.

]

²⁰ Johann Bernoulli (1667 – 1748), matemático suíço desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da Matemática Moderna Européias. (SIMMONS, 2009, p. 725).

²¹ Christiaan Huygens (1629-1695), astrônomo, matemático, físico, Christian Huygens foi, sem dúvida, o maior cientista da Holanda. (SIMMONS, 1987, p. 705).

Figura 17 – Curva catenária

Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.101)

Brunelleschi evita detalhes da arte gótica, seu modelo tem uma forma estrutural pura que supera qualquer elemento ornamental. Entre as duas calotas, existe um corredor de 1,20 metros de largura através do qual se pode atingir o ponto mais alto, ou seja, a base da *lanterna* que apoia-se na cúpula. Ao subir as escadas, o visitante tem à sua direita a cúpula interna e à esquerda, a externa. Em alguns trechos, nas paredes, é observável a disposição dos tijolos. Estes, não foram colocados na horizontal, ou seja, paralelos ao plano do solo, mas, segundo linhas curvas, chamadas *cordas flexíveis*. Outros, na vertical, formando a conhecida *espinha de peixe* e também outros seguindo a direção do eixo da cúpula.

Surgem perguntas: qual o motivo dessa particular disposição dos tijolos? Em que regras encontram justificativa? Segundo Conti,

[...] ele não deixa nenhuma anotação sobre os motivos dessa forma de distribuição; na realidade existem duas descrições suas (1420 e 1426) informando quais seriam as características da Cúpula, mas não a técnica que seria utilizada na construção. Tal atitude poderia estar ligada às relações conflitantes que tinha com os florentinos, os quais, sempre polêmicos com ele, tentavam controlar seu trabalho. Existe no Arquivo do Estado de Florença, um documento escrito em 1425/26, durante a construção da cúpula, no qual Giovanni di Gherardo, de Prato, acusa Brunelleschi de cometer graves erros em sua construção. (CONTI, 2014, p. 4).

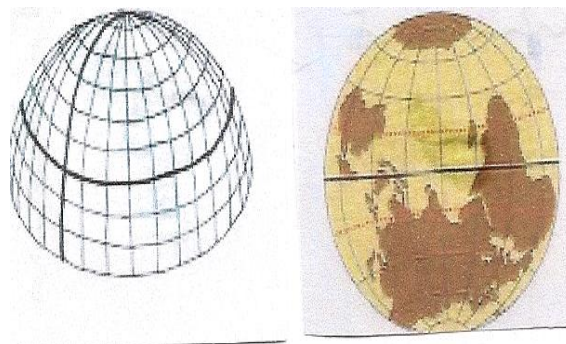
Pelos estudos e conhecimentos adquiridos, no período que passara em Roma, Brunelleschi conseguira informações sobre construção de cúpulas de base circular, chamadas de *cúpulas de rotação* (figura 18). São exemplos de tais cúpulas, a do Panteon, da Catedral de São Pedro, localizadas em Roma, de Santa Sofia, em Istambul, entretanto, uma cúpula de base octogonal, representava um desafio a ser vencido. Ele sabia que, naquela de rotação, problemas de estática eram menores, visto que, as forças distribuem-se de forma uniforme. Sugeriu que se fizesse uma base circular, mas os florentinos não aprovaram a sugestão, alegando que deveria ter a mesma forma, octogonal, da pequena cúpula do Batistério San Giovanni, localizado a poucos

passos da Catedral. A técnica construtiva daquela de rotação é simples, já que os tijolos são colocados em paralelo à base, formando anéis sobrepostos, cujo diâmetro diminui a cada anel colocado, até fechar-se no ponto mais alto da obra. É a chamada estrutura *autossustentável*.

Conti chama a atenção para o fato:

[...] os paralelos da cúpula de rotação são sempre perpendiculares às linhas dos meridianos, exatamente como no globo terrestre. Esta técnica não pode ser aplicada em uma estrutura de base octogonal, tendo em vista a descontinuidade que os vértices do octógono apresentam: dessa forma, a colocação dos tijolos, de duas velas adjacentes, formariam um ângulo, exatamente no ponto onde as tensões são maiores. (CONTI, 2014, p. 4).

Figura 18 - Cúpula de rotação



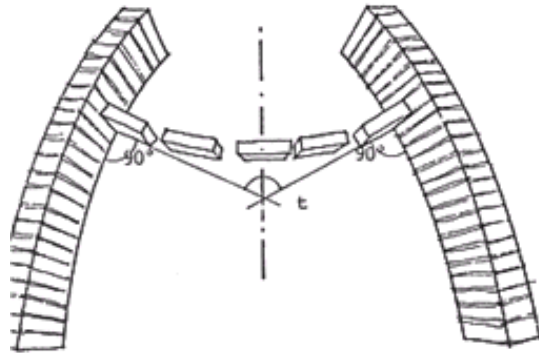
Fonte: Conti e Corazzi (2005, p.40)

Qual foi, então, a solução apresentada por Brunelleschi? Conti, assim, explica:

A ideia de Brunelleschi foi, partir da aresta da vela, colocar os tijolos de forma contínua, como se fosse uma cúpula de rotação. Para tanto, os colocou sempre na perpendicular às linhas meridianas, como se fosse o globo terrestre; deste modo os tijolos ficam dispostos conforme as linhas chamadas *cordas flexíveis*. Em outras palavras, as cordas flexíveis correspondem aos paralelos da cúpula de rotação: a diferença está no fato de que, nesta última, paralelas ao plano do solo e na cúpula de Brunelleschi, apresentam uma direção curvilínea. (CONTI, 2014, p. 5).

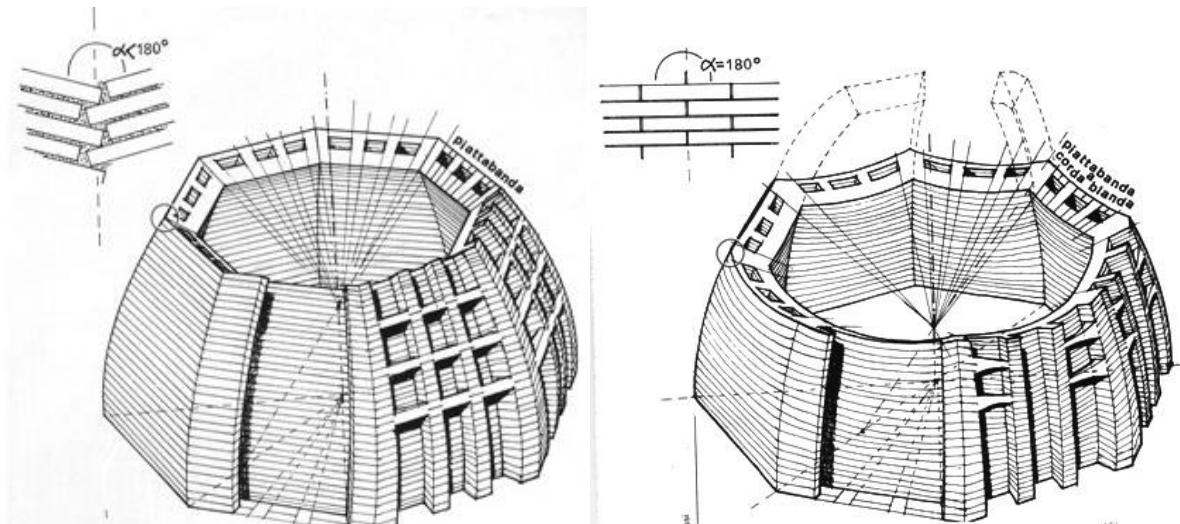
Na interseção de duas velas adjacentes, localiza-se a borda. Cada uma é um arco de circunferência (*quarto agudo*). A estrutura da construção apresenta oito delas, visto que a base é um octógono. Brunelleschi inicia o assentamento dos tijolos a partir da borda, de modo que esteja em posição perpendicular a ela. Dessa forma, o tijolo, inicial pertence a duas faces simultaneamente, evitando, assim, um ângulo menor do que 180° . Seguindo a colocação dos tijolos, um ao lado do outro, forma-se a *corda flexível* (figuras 19 e 20).

Figura 19 - Tijolos colocados ortogonalmente às linhas meridianas das velas – cordas flexíveis



Fonte: Conti (2014, p.5)

**Figura 20 - Disposição dos tijolos segundo anéis octogonais
- visualização das superfícies cônicas**



Fonte: Conti (2014, p. 5)

As intersecções de duas velas, vista na figura 20 (à esquerda), não formam ângulos rasos como o que se vê na figura à direita. O ângulo diedro ficaria cada vez mais fechado, o que comprometeria a estática da estrutura. Brunelleschi, ao que parece, vê nas cordas flexíveis uma solução para esse problema.

Brunelleschi, seguindo na contramão dos personagens de sua época, não revela por escrito, seu método de trabalho com o qual constrói sua obra prima. Durante séculos, a Cúpula florentina tem sido objeto de pesquisas por parte de estudiosos que procuram descobrir o segredo de sua construção.

Corazzi argumenta que:

Tais estudos aumentaram nas últimas décadas, a partir das pesquisas de Piero Sanpaolesi, iniciados por volta de 1940. Com o decorrer do tempo, surgiram diversas teorias sobre a tecnologia utilizada na Cúpula. Do confronto entre elas surgiram posições aparentemente distintas, entretanto, construindo modelos matemáticos de tais teorias, observa-se que quase todas levam ao mesmo resultado e fornecem idêntica direção para as cordas flexíveis (CORAZZI, 2016, p.79).

Corazzi informa que estudiosos como P. Sanpaolesi, M. Fondelli, S. Di Pasquale A. Chirugi, G. Petrini e mais recentemente, o próprio Roberto Corazzi e Giuseppe Conti contribuíram de forma fundamental para avaliar o processo de construção elaborado por Brunelleschi. Conti (2014), partindo de várias teorias sobre a técnica de Brunelleschi, com referência à disposição dos tijolos ao seguir a direção da corda flexível, conclui que apenas duas delas aproximam-se das trajetórias ortogonais, embora se apresentem contrastantes. Depois de traduzir tais teorias em fórmulas matemáticas, para verificar sua validade, Conti e Corazzi (2012) chegam à uma conclusão: apesar de serem formuladas com nuances diferentes, os resultados foram iguais. Após estudos minuciosos, confirmaram que a cúpula real, coincide, de forma perfeita, com a teoria obtida pelas duas pesquisas. Outras teorias foram descartadas por não corresponderem ao objeto real. Sendo possível transformar um estudo teórico em modelo matemático, pode-se analisá-lo detalhadamente e fazer previsões de sua construção.

As teorias foram criadas para entender a técnica utilizada por Brunelleschi ao dispor os tijolos seguindo a forma de corda flexível. Nos dizeres de Conti, apenas duas teorias mereceram crédito:

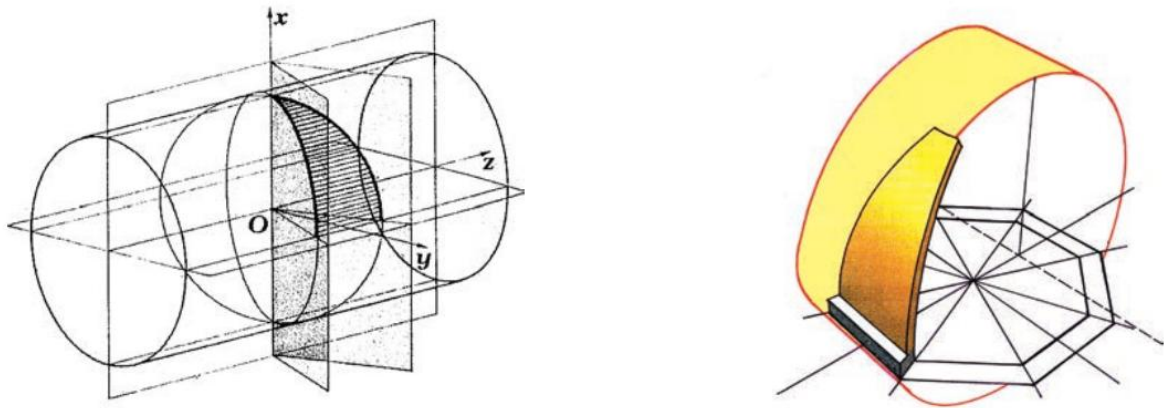
A teoria das curvas de direções ortogonais (principalmente, Ximenes, Chiarugi, Quilghini, Rossi) e a teoria das curvas obtidas pela interseção entre um cilindro elíptico e um cone variável (Di Pasquali e outros). É importante salientar que existia uma forte discussão entre os defensores dessas duas teorias, cada um supondo que a sua fosse a correta. Traduzi em fórmulas matemáticas tais hipóteses e cheguei a uma conclusão muito interessante: apesar de terem sido formuladas de formas diferentes, apresentam o mesmo resultado e indicam uma tendência às cordas flexíveis, como foi descrito anteriormente. (CONTI, 2014, p.6).

Medições precisas, feitas pelos professores Conti e Corazzi, confirmam que a Cúpula real coincide, perfeitamente, com tais estudos e permite concluir que outras teorias surgidas anteriormente não têm correspondência com o objeto real.

Como foram determinadas as cordas flexíveis? Ximenes, Chiarugi, Quilchini e Rossi, defendiam que os pontos da corda flexível seguem a direção de retas ortogonais aos planos meridianos das faces. Tais retas são pertencentes a planos tangentes às velas, ou seja, um ponto P_0 qualquer, da corda flexível, é determinado pela a interseção de um plano meridiano da

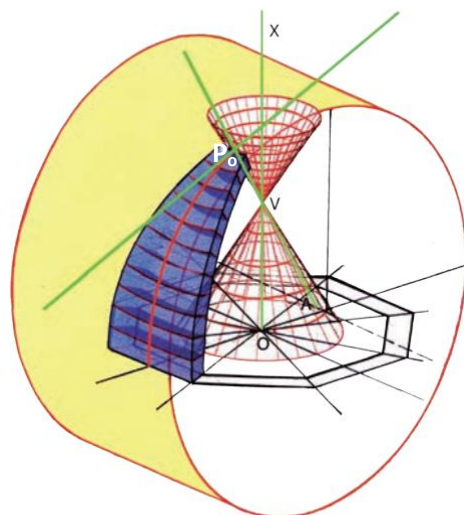
vela com uma reta pertencente à um plano tangente à face no ponto considerado. A teoria defendida por Di Pasquale e outros era que as cordas flexíveis são resultado da interseção de um cone (figuras 22, 23, 24) – sendo o vértice variável sobre o eixo da cúpula – com os cilindros elípticos das velas (figura 21). Esta teoria é simples sob o ponto de vista de construção, uma vez que tal curva pode ser determinada localmente: basta construir a curva que, em um ponto P_o , é perpendicular ao plano meridiano da vela que contém o eixo da cúpula. Para especificá-la, basta um esquadro. Por outro lado, a outra teoria traz uma melhor explicação do ponto de vista global (CONTI, 2014).

Figura 21 -Determinação da vela; porção de um cilindro elíptico



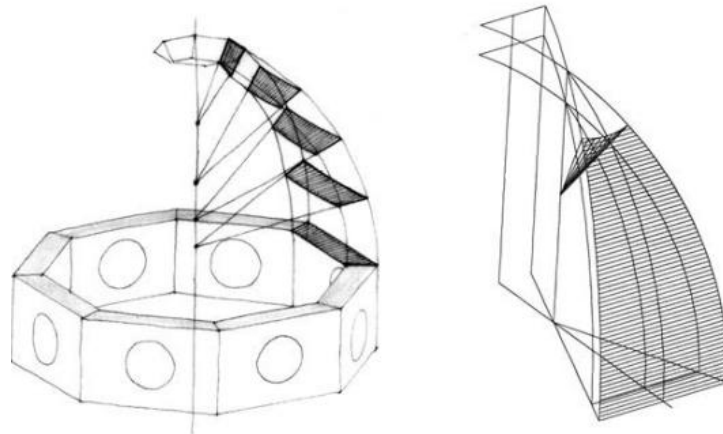
Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.240)

Figura 22 – Determinação das cordas flexíveis



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.164)

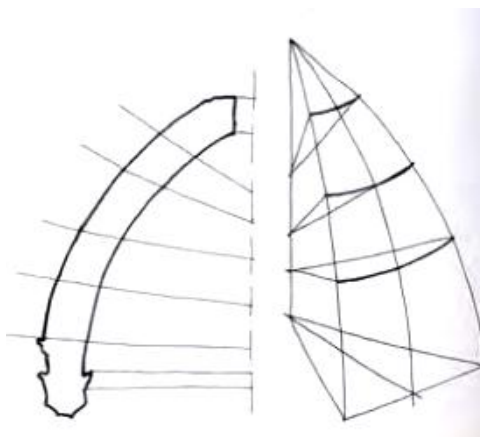
Figura 23 – Detalhe das duas teorias na determinação das cordas flexíveis



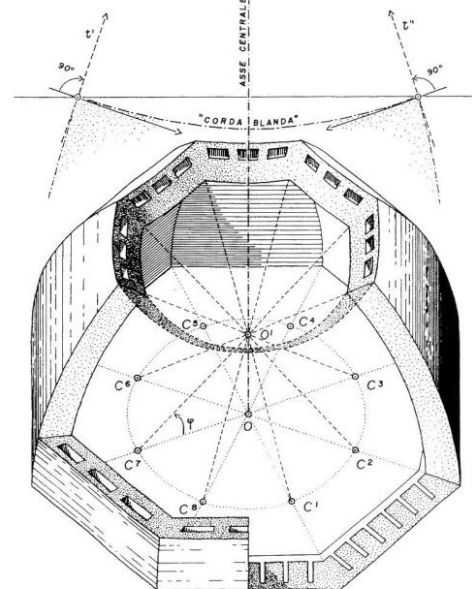
Fonte: Conti e Corazzi (2011, p. 173)

Segundo os autores, fica em aberto a questão: se Brunelleschi teria escolhido uma ou outra teoria sobre o traçado das curvas. “Provavelmente tenha utilizado a primeira porque é mais imediata, mais “geométrica”, mais facilmente imaginável e materializável com modelos”. Na opinião de Tampone, “a Cúpula é, sobretudo, um texto de Geometria rigorosíssima, bastante coerente, principalmente no plano da forma”. (TAMPONE, 2011, p.8).

Figura 24 – Visualização das superfícies Cônicas



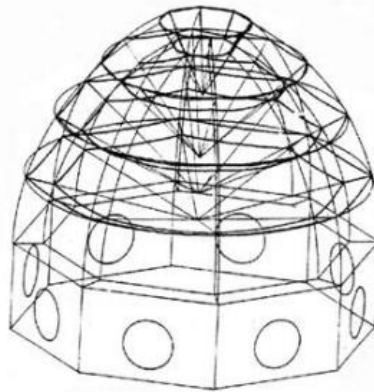
Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.38)



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p. 215)

A partir de determinada altura, em intervalos regulares, e incorporados à estrutura das paredes, foram colocados círculos de pedra e madeira nos prováveis pontos de ruptura. Com tais reforços, todas as tensões seriam absorvidas pela própria armação (figura 25).

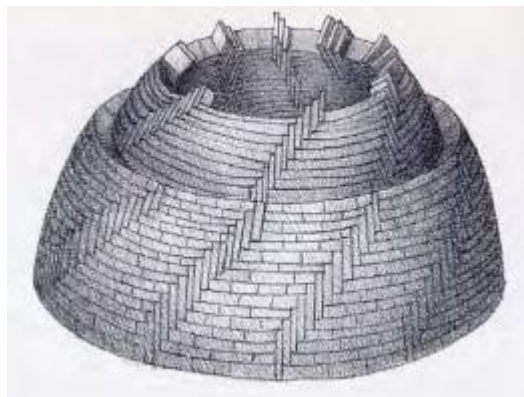
Figura 25 – Reforço circular disposto a partir de uma determinada altura para garantir a estabilidade da cúpula



Fonte: Conti (2014, p.5)

Quanto à disposição dos tijolos na forma de espinha de peixe (figura 26), pensa-se que tinham a função de apoiar aqueles recém assentados, mas também funcionavam como juntas de dilatação, atuando como se fossem os suportes da estrutura, pois, caso contrário, a estrutura seria muito maciça, principalmente nas bordas das velas. À medida que a construção se eleva, os tijolos tornam-se mais inclinados para o interior da cúpula. Quando esta inclinação é muito grande tendem a deslizar, enquanto a argamassa ainda não estiver solidificada. Para resolver esta situação, em intervalos regulares, foram colocados elementos perpendiculares conforme podem ser vistos na figuras 26.

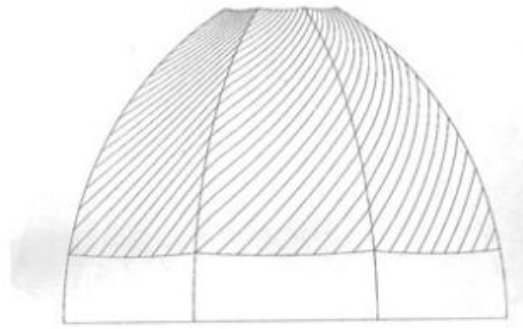
Figura 26 – Posição da cúpula (circular) e a técnica “espinha de peixe” em forma de hélice



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.36)

O assentamento desses tijolos perpendiculares, segue a disposição de uma hélice (figura 27).

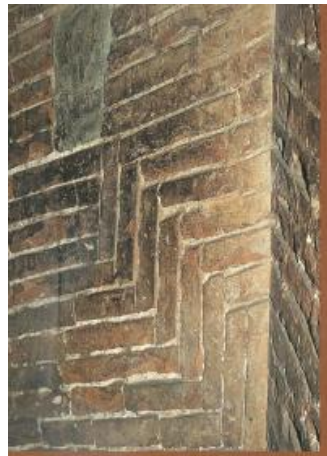
Figura 27 - Disposição das hélices cilíndricas sobre as velas



Fonte: Conti e Corazzi, (2005, p.37)

O emprego da forma *espinha de peixe* (figura 28) assumiu uma grande importância na fase construtiva, já que permitiu a construção da cúpula sem o emprego de andaimes.

Figura 28 – Detalhe da construção em “espinha de peixe”



Fonte: Conti (2014, p.6)

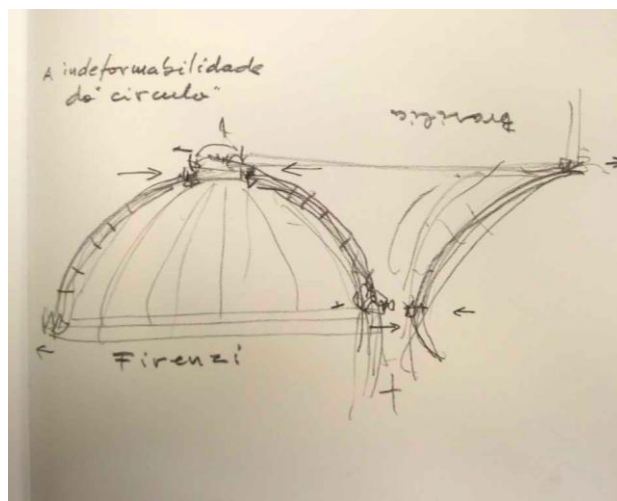
Quanto à estática da Cúpula, avalia-se que

As arestas das velas têm um papel primordial para a estática geral da cúpula, porque graças à sua seção constante, ao longo do desenvolvimento vertical da construção, elas contêm a resultante dos esforços dentro do núcleo central de inércia; elas são orientadas para o centro teórico do octógono e também são elementos de referência confiáveis para orientar o traçado da curvatura interna e externa das velas e de suas bordas (CONTI e CORAZZI, 2011, p.108).

Rocha (2011) reforça a importância das arestas serem arcos de circunferência, que é uma curva incompressível, isto é, não pode ser comprimida. No ponto em que tais arcos se encontram, processa-se uma compressão, causando equilíbrio à obra. Ao estabelecer um paralelo entre a Catedral de Florença e a de Brasília (figura 29), Rocha declara que:

[...] a catedral de Florença, um dos primeiros tetos notáveis que se formaram, é baseada na incompressibilidade do círculo. Os arcos são feitos de pedra e então surge o corpo da catedral. Isso é um círculo, que esses arcos feitos de pedra cortada fazem com que trabalhe a compressão. Esses arcos comprimem. Esse círculo trabalha a tração. A catedral de Brasília, essa invertida, esse círculo trabalha a compressão e esse que está enterrado trabalha a tração. O princípio é o mesmo. (ROCHA, 2011, p. 192).

Figura 29 – Paralelo entre a Cúpula da Catedral de Florença e a Catedral de Brasília



Fonte: Rocha (2011, p.193)

O autor defende que, no ponto mais elevado da cúpula da Catedral de Florença, ocorre uma compressão de forças e, em sua base, uma tração, enquanto que na Catedral de Brasília, dá-se o oposto. É a Geometria transformando o “desastre” em sucesso. Para Rocha,

O círculo é uma forma ideal para construções, se submetido a forças homogêneas, porque é indeformável. Essa indeformabilidade faz com que aquele elemento geométrico tenha um valor muito grande. Portanto, o círculo trabalha muito bem a tração e isso é usado há muito na construção. (ROCHA, 2011, p.196).

Através da Matemática, percebe-se a beleza da cúpula. As proporções, entre as medidas das várias partes que a compõem, são reduzíveis à seções áureas, por esse motivo, pode-se dizer que se torna mais harmoniosa e agradável de ser apreciada.

Conti afirma que as *cordas flexíveis* e a disposição dos tijolos em *espinha de peixe*, são os dois grandes *segredos* de Brunelleschi²². Estudos apontam que Brunelleschi utilizou essa técnica para evitar que as fileiras de tijolos formassem ângulos na confluência de duas velas, o que ocasionaria um problema de estática. Os tijolos, dispostos em direção radial, seguindo a

²² Esta informação foi transmitida oralmente por Giuseppe Conti, um dos autores, em um dos encontros com Orozimbo Almeida, em Florença, em julho de 2018.

orientação do centro de quinto agudo, são importantes do ponto de vista da Geometria global, como centros de curvatura das bordas. Ao utilizar a curva *catenária*, Brunelleschi reconhece essa forma como a mais correta para que um arco sustente o próprio peso.

Por fim, ao trabalhar com elementos da Geometria, o antigo artesão da Corporação dos Ourives, consegue construir com solidez, a imponente cúpula que emoldura a Catedral de Santa Maria del Fiore. É como se ela apontasse em direção aos céus de Florença, parecendo cobrir com sua sombra todos os povos da Toscana. A Cúpula da Catedral... do finito da condição humana ao infinito da transcendência sagrada.

Figura 30 – A cúpula vista do interior da catedral



Fonte: Fotografia de Orozimbo Marinho de Almeida (2012)

4 – PRINCÍPIOS GEOMÉTRICOS PRESENTES NA CÚPULA

Algumas suposições referenciam os elementos matemáticos e geométricos utilizados por Brunelleschi para solucionar os impasses da cúpula octogonal. A Sequência de Fibonacci é uma delas.

4.1 - SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Leonardo Fibonacci (1175-1250) nasceu e faleceu em Pisa. Foi educado na África, viajando pela Europa e Ásia Menor. Conhecido também como Leonardo Pisano, desempenhou papel importante na revitalização da matemática antiga. Conforme Ávila,

Em 1202, publicou a obra *Liber Abaci* (Livro do Abaco), que teve importância decisiva na tarefa de tornar conhecida, na Europa, a matemática dos árabes e hindus. Introduziu, também, o sistema decimal Hindu-Árabe e os algarismos arábicos. Por muitos, considerado um dos matemáticos mais talentosos da Idade Média, criou uma sequência de números que definem, entre outras coisas, a curvatura de espirais tais como em conchas de caracóis, o padrão de sementes, em plantas com flores o número de pétalas de uma flor e nas espirais que aparecem do miolo de um girassol. (ÁVILA, 1985, p. 12).

Em sua obra, Fibonacci lançou o seguinte problema sobre a reprodução de coelhos: *Um casal de coelhos torna-se produtivo após dois meses de vida e, a partir de então, geram um novo casal a cada mês. Começando com um único casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais existirão ao final de um ano?*

Supondo f_n o número de casais existentes após n meses, tem-se que $f_0 = f_1 = 1$.

No n -ésimo mês, tem-se que f_n é igual ao número existente um mês antes, f_{n-1} , mais o número de nascimentos novos. Tal número é exatamente o número de casais existentes há dois meses, f_{n-2} , aqueles que têm pelo menos dois meses de vida, portanto em condições de reproduzir. Então cada termo da sequência de Fibonacci é a soma dos dois precedentes. Dentro desse raciocínio pode-se argumentar que a sequência por ele criada é a seguinte:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

na qual, cada termo, a partir do terceiro, representa a soma dos dois imediatamente anteriores. Considerando tais números de forma genérica, seja a sequência:

$f_1, f_2, f_3, f_4, \dots, f_{n-2}, f_{n-1}, f_n, f_{n+1}, \dots$ assim definida:
 $f_1 = 1$;
 $f_2 = 1$
 $f_3 = f_1 + f_2$
 $f_4 = f_2 + f_3$ e, genericamente, $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$

Existem muitas aplicações para a sequência de Fibonacci e são interessantes os padrões numéricos que eles representam. Dada a sequência, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... que padrões podemos extrair da sequência de seus quadrados?

1, 1, 4, 9, 25, 64, 169, 441, ...

Observa-se que:

$$\begin{aligned} 1 + 1 + 4 &= 6, \text{ sendo } 6 = 2 \times 3 \\ 1 + 1 + 4 + 9 &= 15, \text{ sendo, } 15 = 3 \times 5 \\ 1 + 1 + 4 + 9 + 25 &= 40, \text{ sendo, } 40 = 5 \times 8 \\ 1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 &= 104, \text{ sendo } 104 = 8 \times 13 \end{aligned}$$

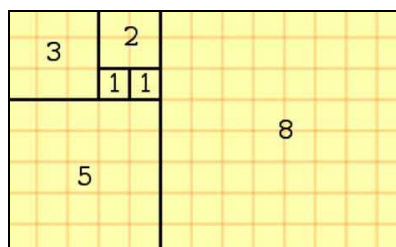
Conclui-se que os números de Fibonacci estão “embutidos” nas somas de seus quadrados. Por que isso acontece? Tomando, por exemplo, a última igualdade: por que a soma dos quadrados de 1, 1, 2, 3, 5 e 8 é igual a $104 = 8 \times 13$? Verifica-se geometricamente tal igualdade.

Ao se construir dois quadrados de lado 1, um ao lado do outro, forma-se um retângulo de dimensões 2×1 . Sobre esse retângulo, constrói-se um quadrado de lado 2 e, ao lado da figura formada, faz-se um quadrado de lado 3. Debaixo desse quadrado, constrói-se um quadrado de lado 5 e, ao lado, um quadrado de lado 8. Qual é a área do maior retângulo formado?

É exatamente como foram construídos, ou seja, $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 8^2 = 104$, isto é, a soma dos quadrados internos. A área de um retângulo é o produto da base pela altura e, no exemplo a altura é 8 e a base é $5 + 8$, que é o próximo termo da sequência de Fibonacci, portanto, 13. Deste modo, a área será o produto 8×13 . Continuando o processo, geram-se retângulos no formato 13×21 , 21×34 e assim por diante.

Dividindo dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci, o maior pelo menor, os quocientes vão se aproximando, cada vez mais, do valor 1,618. Esse número é chamado de número φ – o *Número Áureo*. É o que será mostrado a seguir.

Figura 31 - Retângulos áureos



Fonte: <http://pegasus.portal.nom.br>

Posteriormente, distingue-se a presença da Razão Áurea – Retângulo Áureo, contribuindo para a estética e encantamento da obra.

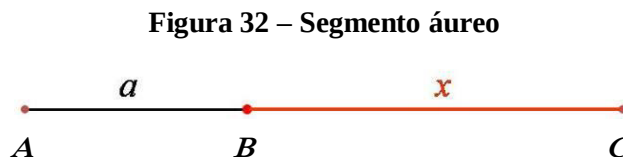
4.2 - RAZÃO ÁUREA - RETÂNGULO ÁUREO

De acordo com Ávila (1989, p. 9), “a razão áurea é um número bastante conhecido por aqueles que se interessam pela matemática. Os gregos antigos já atribuíam à essa razão propriedades mágicas e a usavam para a construção de seus edifícios”.

Como o número π , a razão áurea, conhecida como número ϕ , é também um número irracional. Utilizado desde a antiguidade, recebeu vários nomes: *Número Áureo*, *Razão Áurea*, *Seção Áurea*, *Número de Ouro*, etc.

A divisão áurea de um segmento, ou divisão em média e extrema razão, diz respeito à divisão de um dado segmento em partes proporcionais cujo resultado é a razão áurea (figura 32).

Diz-se que um ponto B de um segmento AC divide esse segmento em média e extrema razão, se $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$



Na relação acima, fazendo $AB = a$ e $BC = x$, tem-se $AC = a + x$.

Logo, pode-se escrever:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a+x}.$$

Esta proporção está associada aos lados de um retângulo cujos lados têm medidas $(a + x)$ e a . Utilizando a notação algébrica desenvolvida a partir do século XVI, escreve-se:

$$x^2 = a^2 + ax \quad \text{ou} \quad x^2 - ax - a^2 = 0.$$

Resolvendo a equação, encontra-se, para x , o valor aproximado de $x = a \times 1,6180$.

A razão $\frac{x}{a}$ está associada aos lados de um retângulo cujas medidas são $(a + b)$ e a . Tal retângulo é chamado de retângulo áureo. Dado um retângulo ABCD (figura 33), suprimindo desse retângulo um quadrado ABFE, de lado a , o retângulo restante CDEF será semelhante ao retângulo original, isto é, seus lados são proporcionais aos lados do triângulo ABCD, inicial.

Esse tipo de retângulo tem propriedades singulares que justificam o qualificativo de *retângulo áureo*. Considerado por arquitetos e artistas como o retângulo que possui as proporções ideais para uma estética aprazível à vista.

Tal retângulo é utilizado em construções, as mais antigas. O Partenom, em Atenas, revela em sua fachada um retângulo áureo, embora não haja indícios de que, ao construir o templo no quinto século a.C., os arquitetos de Péricles tenham conscientemente usado o retângulo áureo.

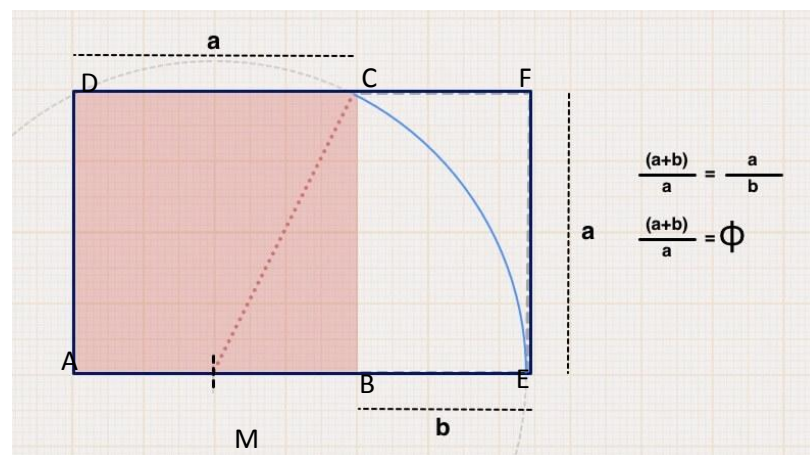
De volta à proporção estabelecida anteriormente, $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$, e usando-se uma conhecida propriedade das proporções, pode-se escrever: $\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} = \frac{a-b}{(a+b)-a} = \frac{a-b}{b}$. Isto significa que o retângulo de lados $(a+b)$ e a é áureo, então, também é áureo o retângulo de lados a e b . Ao aplicar o mesmo raciocínio, é possível mostrar que também são áureos os retângulos de lados b e $(a-b)$, $(a-b)$ e $(2b-a)$ e, assim por diante. (figura 33).

A figura 33 indica, igualmente, a construção de um retângulo áureo. Para se construí-lo, os passos são os seguintes:

Traça-se uma semirreta e nela marca-se o ponto A

- Constrói-se um quadrado de lado a , e vértices, A, B, C e D.
- Encontra-se o ponto médio M do segmento AB
- Com centro em M e raio MC. Obtemos o ponto E, no prolongamento de AB.
- Desenha-se um retângulo com vértices em A, D e E, o quarto vértice será o ponto F. O retângulo DAEF é áureo.

Figura 33 – Construção do Retângulo Áureo



Fonte: <https://velhobit.com.br>

Para provar que é um retângulo áureo, basta mostrar que EF é o segmento áureo de AE . Sabendo-se que $ME=MC$, que l é a medida do lado do quadrado e que M é o ponto médio desse lado, tem-se que $MB = \frac{l}{2}$, aplicando-se o “teorema de Pitágoras” ao triângulo MBC :

$$(MC)^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + l^2,$$

tem-se, então, que $MC = \frac{1\sqrt{5}}{2}$.

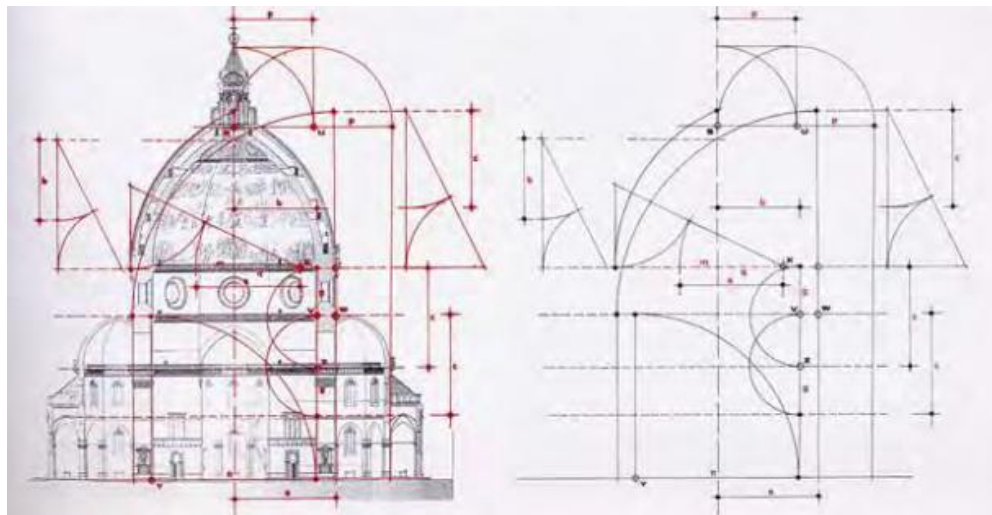
Assim o segmento ME tem como medida $\frac{1\sqrt{5}}{2}$ como pode ser conferido na figura 32.

Deste modo, o lado AE, tem como medida= $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Este resultado mostra que o retângulo é áureo.

Conti e Corazzi, apresentam em seu livro *La Cupola di Santa Maria del Fiore*, um estudo da fachada da Catedral de Santa Maria del Fiore, mostrando os detalhes da proporção áurea presentes na obra. A figura 34 ilustra o estudo feito.

Figura 34 – Proporções áureas na Catedral de Santa Maria del Fiore

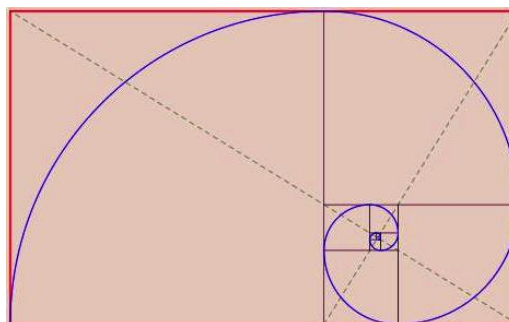


Fonte: Conti e Corazzi (2005, p.43)

Nota-se a harmonia e a estética da obra, resultado da proporção áurea.

Também a existência da *ESPIRAL ÁUREA* merece ser lembrada (figura 35).

Figura 35 - Espiral áurea



A partir de um retângulo áureo, como apresentado anteriormente (figura 33), constrói-se uma espiral áurea (figura 35). Como proceder?

A partir do primeiro quadrado, ou seja, o quadrado de lado 1, centro em um dos vértices do quadrado e raio igual ao lado, traça-se um arco. Na sequência, utiliza-se o vértice do quadrado de lado 2, repetindo-se o mesmo processo anterior, e assim sucessivamente, formando a espiral áurea.

Existe uma relação entre o retângulo áureo e a divisão áurea ou divisão de um segmento em média e extrema razão?

A partir da igualdade já estabelecida

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a}$$

pode-se afirmar que $a^2 = ab + b^2$ e dividindo-se a equação por a^2 , tem-se

$$1 = \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}.$$

Fazendo $\frac{b}{a} = m$, tem-se a equação dos segundo grau $m^2 + m = 1$.

Ao completar os quadrados dos termos, encontra-se:

$$m^2 + m + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \quad \text{ou seja} \quad \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

assim, portanto, temos $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

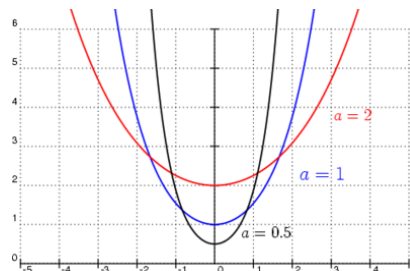
que é, aproximadamente, igual a 0,618 que é a razão áurea $\frac{b}{a} = \phi$.

Então, a razão entre os lados de um retângulo áureo é igual à razão áurea. “As propriedades estéticas e artísticas dessa razão são mostradas no retângulo áureo cujos lados estão na razão 1 para ϕ ou vice versa. Esse retângulo é considerado como o mais agradável aos olhos” (LAURO, 2005, p.35 *apud* SANTOS, 2013, p.38).

4.3 - CURVA CATENÁRIA

A curva catenária descreve uma família de curvas planas, que seriam geradas por uma corda suspensa pelas suas extremidades e sujeitas à ação da gravidade.

Figura 36 – Curva catenária



Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Catenaria>

O problema de descrever matematicamente o modelo da curva, formada por um fio suspenso entre dois pontos e sob a ação exclusiva da gravidade, foi proposto por Galileu Galilei (1564-1642), que defendeu que a curva seria uma parábola. Aos 17 anos, Huygens mostrou, em 1646, que a conjectura era falsa. Em 1690, Jakob Bernoulli relançou o problema à comunidade científica. Sua resolução foi publicada independentemente em 1691 por Leibniz²³, Huygens e o próprio Bernoulli.

²³ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), doutor em Direito, filósofo, matemático, diplomata e bibliotecário alemão (SIMMONS, 2009).

PALAVRA FINAL

Esperamos que as informações contidas neste Guia possam, de alguma forma, trazer mais conhecimentos para os leitores, agregando reflexões sobre os problemas que surgem constantemente nas construções civis, a partir de um personagem importante, que foi Brunelleschi, com toda a sua genialidade em uma época que, aparentemente, havia poucos recursos se compararmos com a atualidade.

Para complementar as informações, acrescentamos três anexos. O primeiro é um mini glossário ilustrado integrando alguns elementos empregados na Arquitetura; o segundo, uma construção envolvendo concordância de curvas e, o terceiro, uma bibliografia complementar.

As aplicações estéticas de motivos geométricos são universais: em cada época, em cada cultura, encontram-se formas geométricas que embelezam o ambiente no qual se vive. Deixando de lado, diferenças culturais específicas, tem-se que a aplicação da geometria é comum a todas as culturas. Seu uso, talvez a origem dela própria, deriva da necessidade humana de distinguir a ordem do caos; a tendência de reconhecer uma estrutura como imperfeita e melhorá-la, pertence apenas aos homens.

Como as línguas, a Arquitetura e a Matemática são sistemas altamente estruturados de símbolos abstratos que, relacionados, comunicam significados precisos. Até mesmo quem não possui uma educação formal em Arquitetura, é capaz de distinguir uma obra de construção civil mais elaborada de outra mais simples. Motivos geométricos fascinam o ser humano. Talvez, a razão esteja no que Gombrich (2003) chama de *o fato mais importante da experiência estética: O prazer, com frequência, está entre a monotonia e a confusão.*

A Geometria é considerada um dos mais importantes instrumentos para controlar o espaço e fornecer regras para traçar e conectar os diversos elementos através dos quais se constroi a realidade arquitetônica. Deixando à parte os conceitos relativos à Geometria como disciplina científica, volta-se a atenção, de forma particular, para o estudo das figuras planas, aos traçados das partições de uma figura, às relações que se estabelecem com a superposição de várias figuras e, de forma mais ampla, a todo o patrimônio de aplicação geométrica desenvolvida ao longo dos séculos, referência direta com a linguagem arquitetônica. Arquitetos e engenheiros, nas suas diversas modalidades, usando formas geométricas, satisfazem os olhos com a geometria e o espírito com a matemática, modificando a vida e a paisagem no planeta Terra.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. Retângulo áureo, divisão áurea e sequência de Fibonacci. **RPM – Revista do Professor de Matemática**, v. 6, p. 44-47, 1985.

BRUCKE, Gene. **Dal comune alla signoria**. Bologna: Società Editrice Il Mulino, 1977.

CARDINI, Franco. **Breve storia di Firenze**. Pisa: Pacini, 2015.

CONTI, Giuseppe; CORAZZI, Roberto. **La Cupola di Santa Maria del Fiore**. Firenze: Sillabe, 2005.

CONTI, Giuseppe. La Matematica nella Cupola Santa Maria del Fiore a Firenze. **Rivista Ithaca: Viaggio nella Scienza IV**, p. 5-11, 2014.

CORAZZI, Roberto; CONTI, Giuseppe. **Il segreto della cupola del Brunelleschi a Firenze**. Firenze: A. Pontecorboli, 2011.

CORAZZI, Roberto. **La cupola del duomo di Firenze: originalità, proporzione e armonia**. Firenze: A. Pontecorboli, 2016.

CORONA, Eduardo; LEMOS, Carlos Alberto. **Dicionário da arquitetura brasileira**. São Paulo: Artshow Books, 1989.

GOMBRICH, Ernst Hans. **La storia dell'arte**. Milano: Arnoldo Mondadori, 2003.

GURRIERI, Francesco. **La cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze**. Firenze: Franco Bulletti, 1994. Cassa di Risparmio di Firenze. v.1.

GURRIERI, Francesco. Il segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze. **Bollettino Ingegneri**, Firenze, n.12, p. 3-9, 2011.

JANSON, Horst W.; JANSON, Anthony F. **Iniciação à história da arte**. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

KING, Ross. **La cupola di Brunelleschi: La nascita avventurosa di un prodigio dell'architettura e del genio che lo ideò**. 6. ed. Milano: Bur Rizzoli, 2017.

MACHADO, Lucia Monteiro. **Conheça Florença: berço do Renascimento**. São Paulo: Nova Alexandria, 2004.

MICHAELIS. **Moderno dicionário da língua portuguesa**. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

RICCI, Massimo. **Il genio di Filippo Brunelleschi e la costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore**. Città di Castello: Sillabe, 2004.

ROCHA, P. M. da. Cidade para todos. In: LIMA, Renata (org.). **Tetos do Brasil**: origem, história e arte. Lisboa: Babel, 2011.

RUGIU, Antonio Santoni. **Nostalgia do mestre artesão**. Campinas: Autores Associados, 1998.

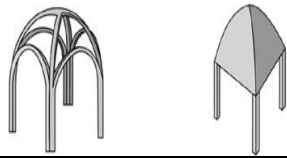
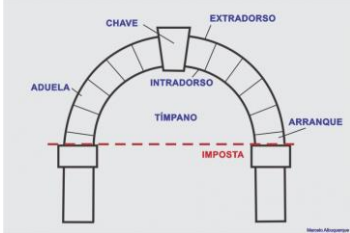
SANTOS, Márcia Boiko. **A Geometria na arquitetura**. Maringá. 2013. 172f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência e Matemática) – Centro de Ciência Exatas, Universidade Estadual de Maringá, 2013.

SIMMONS, George. **Cálculo com Geometria Analítica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.v.1.

SOUZA, Edson Eloy. Arquitetura e geometria. **Arq.urb – Revista eletrônica de Arquitetura e Urbanismo**, n.1, p. 105-118, 2008.

ANEXO 1

MINI GLOSSÁRIO ILUSTRADO ALGUNS ELEMENTOS EMPREGADOS NA ARQUITETURA

CONCEITOS	FIGURAS CORRESPONDENTES
ABÓBADA – sf construção em forma de arco com a qual são cobertos espaços compreendidos entre muros, pilares ou colunas. (Michaelis, 1998, p. 14).	
ÁBSIDE – sf (lat. <i>apside</i>) - recinto semicircular ou poligonal, de uma basílica romana, geralmente abobadado. (Corona, 1989, p.49).	
ADRO – sm (lat. Atriu) – terreno em frente ou em volta de uma igreja. Por extensão, o nome também pode designar, em Arquitetura, aos terrenos margeantes de uma construção. Nas igrejas mais antigas, é comum a existência de cemitérios localizados no adro. (Michaelis, 1998, p. 64).	
ARCADA – sf (<i>arco + ada</i>) série de arcos contíguos. (Ávila, 1996, p. 20).	
ARCO – sm (lat. <i>arcu</i>) - elemento estrutural curvo com a concavidade voltada para cima, que, construtivamente, cobre um vão suportando cargas. (Corona, 1989, p.50)	
ARCOBOTANTE – sm (fr <i>arc-boutant</i>) - construção em forma de meio arco, erguida na parte exterior dos edifícios na arquitetura gótica para apoiar as paredes e repartir o peso das paredes e colunas. Só assim se conseguiu aumentar as alturas das edificações, dando forma (beleza) e função (estrutura) com a técnica da época. O arcobotante liga-se ao contraforte, e estes, ligados, auxiliam-se na sustentação do peso da abóbada. (Michaelis, 1998, p.78)	

ARQUITETURA GÓTICA – estilo de arquitetura que predominou na Baixa Idade Média (séculos X e XV).



ÁTRIO – sm (lat. *atriu*) - designa o pátio central das casas gregas e romanas, pode ser também a área com um pequeno tanque no centro que captava a água das chuvas. É aplicado ao vestíbulo de uma Igreja Paleocristã e ao espaço coberto que antecede uma Igreja. Nos tempos modernos, designa uma sala espaçosa; saguão de um hotel ou edifício público, que dá acesso a outra de maior importância. (Michaelis, 1998, p.85)



CALOTA – sf (lat. *calota*) - porção central de uma abóboda circular ou cônica, disposta de forma que alteie o teto ou sirva de fundo para pinturas decorativas. (Michaelis, 1998, p. 399).



CAPELA – sf (lat tardio *cappella*) - recinto de uma igreja onde fica o altar partícular (Ávila, 1996, p.30). Cada uma das partes da igreja onde fica um altar. (Michaelis, 1998, p. 420).

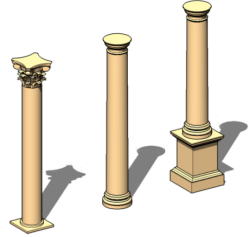
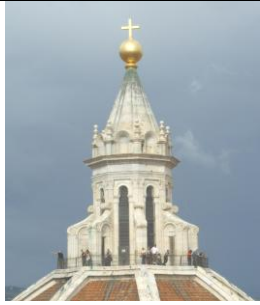


CAPITEL – sm (provençal *capitel*) - remate ou coroaamento de uma coluna, pilastra, balaústre, etc. (Michaelis, 1998, p. 423).



CLAUSTRO – sm (lat. *claustru*) - pátio interior descoberto e rodeado de arcarias, nos conventos ou edifícios que o foram. (Michaelis, 1998, p. 515).

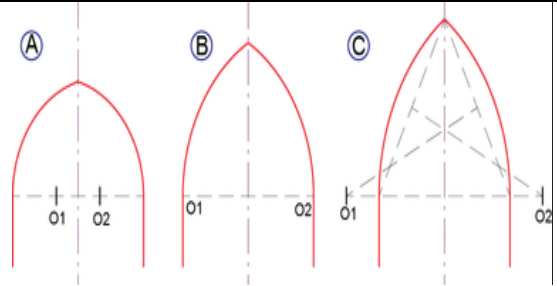


COLUNA – sf (lat. <i>coluna</i>) - pilar cilíndrico que sustenta abóboda, estátua, etc., constante, em geral, de base, fuste e capitel. (Michaelis, 1998, p. 530).	
COLUNATA – sf (italiano <i>colonnata</i>) - série de <u>colunas</u> dispostas simetricamente. (Michaelis, 1998, p. 539).	
CÚPULA – sf (lat. <i>cúpula</i>) - coberta abobadada em forma de taça com a abertura voltada para baixo, construída sobre plano circular, oval ou poligonal. (Michaelis, 1998, p. 625).	
ESCORA – sf (hol med <i>schore</i>, via <i>fr.ant</i> <i>escore</i>) - suporte metálico ou de madeira que sustenta ou serve de arrimo a um elemento construtivo quando este não suporta a carga dele exigida. (Michaelis, 1998, p. 854).	
FACHADA – sf (ital. <i>facciata</i>), parte da frente de um edifício. (Michaelis, 1998, p. 931).	
LANTERNA – elemento decorativo com dupla função: permitir a entrada da luz e assegurar boa iluminação (King, 2017, p. 141).	

NAVE – sf (lat. *nave*) - parte interna da igreja, desde a entrada até a capela mor. Denomina-se nave central quando esse espaço é subdividido por pilastras, colunas ou arcos. (Ávila, 1996, p. 65)



OGIVA – sf (fr. *ogive*) - perfil formado por dois arcos de círculo que se cruzam de acordo com certo ângulo. (Ávila, 1996, p. 67).



PILASTRA – sf. (ital. *pilastro*) - pilar de 4 faces onde, uma delas está anexada ao bloco construtivo. A pilastra é um elemento da arquitetura clássica usada para dar a aparência de uma coluna de suporte e articular uma extensão da parede, com apenas uma função ornamental. (Michaelis, 1998, p. 1617).



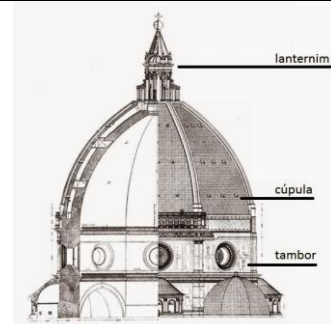
PÓRTICO – sm (lat. *porticu*) - local coberto à entrada de um edifício, de um templo ou de um palácio. Pode se estender ao longo de uma colunata, com uma estrutura cobrindo uma passarela elevada por colunas ou fechada por paredes. A ideia surgiu na Grécia antiga. (Michaelis, 1998, p. 1634)



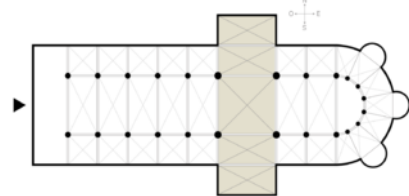
ROSÁCEA – sf (lat. *rosácea*) - vidraça de cores, quase sempre circular, geralmente rendilhada e magnífica. (Michaelis, 1998, p. 1860). Elemento arquitetônico ornamental usado no seu auge em catedrais durante o período gótico. Dentro do eixo condutor deste período artístico, a rosácea transmite, através da luz e da cor, o contato com a espiritualidade e a ascensão ao sagrado.



TAMBOR – sm (ár. *Tanbûr*) - elemento da arquitetura eclesiástica sobre o qual apoia-se a cúpula. Pode ser circular ou poligonal. (Michaelis, 1998, p. 2014).



TRANSEPTO – sm (trans + septo) - nave transversal que separa, numa igreja, o coro das outras naves, formando os braços de uma cruz, nos templos construídos no estilo das basílicas primitivas. (Michaelis, 1998, p. 2098).



TRAVE – sf (lat. *trabe*) - viga de grandes dimensões usada na construção de edifícios, (Michaelis, 1998, p. 2108).



TRIBUNA – lugar reservado e elevado, com aberturas em janelas e varandas para assistir cerimônias religiosas. São sacadas que se abrem do segundo piso para o interior da nave de uma igreja e serviam para que personalidades ilustres assistissem ao culto sem entrar em contato com a plebe. O lugar elevado de onde falam os oradores, também é chamado de púlpito. (Ávila, 1996, p.90).



VITRAL – vidraça formada de pedaços de vidro colorido ou pintados, sendo rejuntados com chumbo. (Corona, 1989, p. 472).



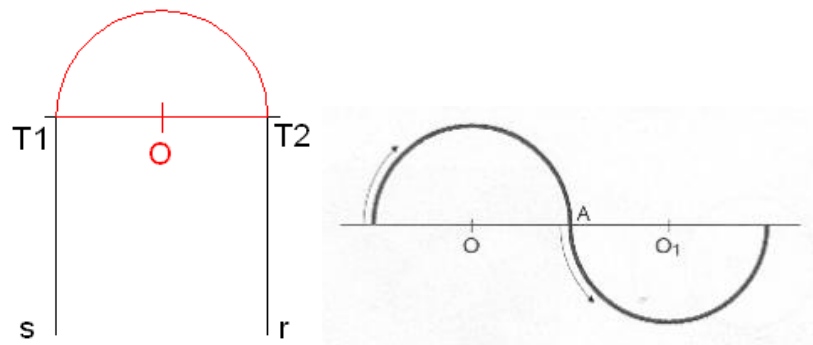
ANEXO 2

CONCORDÂNCIA ENTRE CURVAS

Concordância é uma ligação entre curvas (retas, arcos) que acontece de forma harmônica, isto é sem ruptura no traçado.

A concordância se faz segundo duas propriedades:

1. Na concordância de uma reta com um arco, o segmento de extremidade no ponto de concordância e no centro do arco deve ser perpendicular à reta.
2. Ao concordar dois arcos, o centro deles e o ponto de concordância devem ser colineares.



Alguns problemas podem ser resolvidos, embora conhecimentos tecnológicos já os tenha solucionado. Há uma variedade de questões de concordância, entre elas, as que se seguem:

- 1) Concordar um arco com uma semirreta.
- 2) Concordar uma semirreta com um arco que passa por um ponto P.
- 3) Concordar um arco que passa por um ponto P com uma arco dado, sendo C o ponto de concordância.
- 4) Concordar um arco com duas retas paralelas.
- 5) Concordar dois arcos, de mesmo raio, com duas semirretas paralelas cujas origens estão na mesma perpendicular.
- 6) Concordar dois arcos de raios diferentes com duas semirretas paralelas de sentidos opostos cujas origens pertencem à uma mesma perpendicular às semirretas.
- 7) Concordar dois arcos, de mesmo raio, com duas semirretas cujas origens não estão na mesma perpendicular.
- 8) Concordar dois arcos com raios de medidas diferentes com duas semirretas paralelas de sentidos opostos cujas origens não pertencem à mesma perpendicular.

APLICAÇÃO DE CONCORDÂNCIA

Construção de arcos

- a) Arco pleno ou romano – sua flecha é igual à metade do vão do arco.
- b) Arco ogival – a flecha é maior do que a metade do vão.
- c) Arco abatido – a flecha é menor do que a metade do vão.

ANEXO 3

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- ALBERTI, Leon Batista. **L'architettura**. Milano: Edizione Il Polifilo, 1989.
- ALBERTI, Leon Batista. **Matemática Ludica**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.
- ALBERTI, Leon Batista. **Da pintura**. Campinas: Ed. Unicamp, 1989.
- ALVES, Maira Leandra. **Muito além do olhar: um enlace da matemática com a arte**. 2017. 88f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: 2007.
- ANTONAZZI, Helena Maria. **Matemática e Arte: uma associação possível**. 2005. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: 2005.
- ARTIGAS, João Batista Vilanova. **Caminhos da Arquitetura**. São Paulo: Cosac Naify, 1999.
- ÁVILA, Geraldo. Retângulo áureo, divisão áurea e sequencia de Fibonacci. **RPM – Revista do Professor de Matemática**, v. 6, p. 44-47, 1985.
- BARSOSA, Ana Mae T. Bastos; FERRARA, Lucrécia d'Alessio; VERNASCHI, Elvira. **O ensino das artes nas universidades**. São Paulo: Edusp, 1993.
- BARBOSA, Ana Mae T. Bastos; **Arte – educação no Brasil: das origens ao modernismo**. São Paulo: Perspectiva, 1978.
- BARTH, Glauce Maria Pereira. **Arte e Matemática: subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de Escher**. 2006. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- BERRO, Roberto Tadeu. **Relações entre Arte e Matemática: um estudo da obra de Maurits C. Escher**. 2008. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2008.
- BOYER, C. Benjamin. **História da Matemática**. 3. ed. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.
- BRUNER, Jerome Saymour. **Uma nova teoria da aprendizagem**. Rio de Janeiro: Bloch, 1969.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**, Lisboa: Gradiva, 1975.
- CARDINI, Franco. **Storia Illustrata di Firenze**. Firenze: Pacini, 2013.
- CORTELLA, Mário Sérgio. **A escola e o conhecimento**. São Paulo: Cortez / Instituto Paulo Freire, 1998.
- DAVIDSOHN, Roberto. **Storia di Firenze**. Firenze: Sanzoni, 1977.
- DUBRETON, J. Lucas. **La vita quotidiana a Firenze ai tempi dei Medici**. Milano: Rizzoli, 1985.
- DUBY, Georges. **O tempo das Catedrais: a arte e a sociedade**. Lisboa: Stampa, 1988.

- DUBY, Georges. **Ano 1000, ano 2000**: na pista de nossos medos. São Paulo: Editora Unesp, 1998.
- DUBY, Georges. **Historia Artística da Europa**. São Paulo: Paz e Terra, 1998.
- DUBY, Georges. **Lo specchio del feudalesimo**. Roma: Laterza, 1981.
- ECO, Umberto. **A definição da arte**. Rio de Janeiro: Record, 2016.
- FILHO, Dirceu Zaleski. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2001.
- GABELLI, Mario; CHERUBINI, Giovanni. **La Toscana e i suoi comuni**. Firenze: La Madragora, 1985.
- GOMBRICH, Ernst Hans. **I senso dell'ordine**. Milano: Einaudi, 1984.
- GUALTIERI, Piero. **Il Comune di Firenze, tra due e trecento**. Firenze: Leo S. Olschki, 2009.
- HENSSEN, Johannes. **A teoria do conhecimento**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.
- HUIZINGA, Johan. **O declínio da Idade Média**. Lisboa: Ulisseia, 1924.
- LE GOFF, Jacques. **Os intelectuais na Idade Média**. Lisboa: Gradiva, 1984.
- MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade**. São Paulo: Cortez, 1987.
- MIZUKAMI, Maria das Graças. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1961.
- MORRISSEY, Jake. **Gênios e rivais**: Bernini, Borromini e a disputa que transformou Roma. São Paulo: Globo, 2005.
- RESTUCCI, Amerigo. **L'architettura civile in Toscana**. Milano: Silvana, 1995.
- VANUCCI, Marcello. **I Medici – una famiglia al potere**. Roma: Newton e Compton, 1987.

ANEXO 4**AUTORIZAÇÃO DE UTILIZAÇÃO DE IMAGEM****AUTORIZZAZIONE PER L'UTILIZZO IMMAGINI**

Con il presente documento autorizzo il professore Orozimbo Marinho de Almeida della Pontificia Università Cattolica de Minas, Belo Horizonte - Brasile - ad utilizzare, nel suo lavoro di mestrato, alcuni disegni e fotografie pubblicate nei seguenti libri:

- "Il Segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze" R. Corazzi, G. Conti, Pontecorboli Editore 2011
- "The secret Brunelleschi's Dome in Florence" 2011 Firenze
- "La Cupola di Santa Maria del Fiore, raccontata del suo progettista Filippo Brunelleschi" Conti G., Corazzi R., Sillabe Editore Livorno 2005 Firenze;
- "La Cupola del Duomo di Firenze, originalità, proporzione e armonia" Pontecorboli Editore 2014 Firenze.

Firenze, 18 Luglio 2018

Prof. Arch. Roberto Corazzi

